

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Волхонов Михаил Станиславович

Должность: Ректор

Дата подписания: 20.06.2025 15:22:18

Уникальный программный ключ:

40a6db1879d6a9ee29ec8e0ffb2f95e4614a0998

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«КОСТРОМСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

Утверждаю:  
Декан экономического факультета

/ Середа Н.А. /  
11 июня 2025 года

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### Математический анализ

Направление подготовки/Специальность 38.03.01 Экономика

Направленность (профиль) «Финансы и кредит»

Квалификация выпускника бакалавр

Форма обучения очная, очно-заочная

Срок освоения ОПОП ВО 4 года, 4 года 6 месяцев

Караваево 2025

Фонд оценочных средств предназначен для оценивания сформированности компетенций по дисциплине «Математический анализ».

Разработчики:

доцент кафедры высшей математики  
Рыбина Л.Б.

Утвержден на заседании кафедры высшей математики, протокол № 9 от 24 апреля 2025 года.

Заведующий кафедрой  
Головина Л.Ю.

Согласовано:

Председатель методической комиссии экономического факультета  
Королева Е.В.  
Протокол № 3 от 04 июня 2025 года.

## **Паспорт фонда оценочных средств**

**Таблица 1 –Паспорт фонда оценочных средств**

Разделы дисциплины	Формируемые компетенции или их части	Оценочные материалы и средства	Количество
Раздел 1. Введение в математический анализ	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Контрольная работа №1	100
		Тестирование	81
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Контрольная работа №2	121
		РГР №1	120
		Защита РГР №1	38
		Тестирование	67
Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИДЗ №1	81
		Тестирование	32
Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Контрольная работа №3	100
		ИДЗ №2	101
		Тестирование	44
Раздел 5. Дифференциальные уравнения	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИДЗ №3	101
		Тестирование	46

Раздел 6. Ряды	<b>УК-1</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Тестирование	55
----------------	---	--------------	----

## **1 ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ И НАВЫКОВ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Таблица 2 – Формируемые компетенции

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Оценочные материалы и средства
<b>Раздел 1. Введение в математический анализ</b>		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1ук-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ИД-2ук-1 Осуществляет поиск и критический анализ информации, необходимой для решения поставленной задачи ИД-3ук-1 Планирует возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Контрольная работа №1  Тестирование
<b>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1ук-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ИД-2ук-1 Осуществляет поиск и критический анализ информации, необходимой для решения поставленной задачи ИД-3ук-1 Планирует возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Контрольная работа №2  РГР №1  Защита РГР №1  Тестирование
<b>Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных</b>		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации,	ИД-1ук-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ИД-2ук-1 Осуществляет поиск и критический анализ информации, необходимой для решения поставленной задачи	ИДЗ №1  Тестирование

применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-Зук-1 Планирует возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	
<b>Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной</b>		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1ук-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ИД-2ук-1 Осуществляет поиск и критический анализ информации, необходимой для решения поставленной задачи ИД-3ук-1 Планирует возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Контрольная работа №3
		ИДЗ №2
		Тестирование
<b>Раздел 5. Дифференциальные уравнения</b>		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1ук-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ИД-2ук-1 Осуществляет поиск и критический анализ информации, необходимой для решения поставленной задачи ИД-3ук-1 Планирует возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	ИДЗ №2
		Тестирование
<b>Модуль 6. Ряды</b>		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1ук-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	Тестирование

# Оценочные материалы и средства для проверки сформированности компетенций

## Раздел 1. Введение в математический анализ

### Контрольная работа № 1 «Вычисление пределов»

#### Типовые задания

Базовый уровень

**Задание 1-4.** Найти пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 + x - 6};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 3x + 1}{2x^2 + x - 5};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x - 2} - 2}{x - 2};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2};$$

Повышенный уровень:

**Задание 5.** Найти предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{6}{x}\right)^{5x}$ .

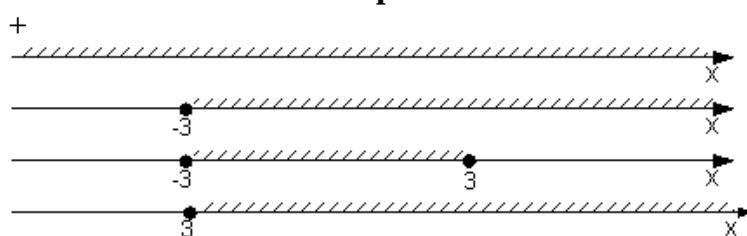
#### Тестирование

#### Типовые задания

1 задание: Функции: область определения и множество значений

Выберите один правильный вариант.

Областью определения функции  $y = \sqrt[3]{27 + x^3}$  является промежуток, изображенный на числовой прямой...



Выберите один правильный вариант.

Областью определения функции  $y = \sqrt{4 - x^2}$  является ...

$(-2; 2)$

$+[-2; 2]$

$(-\infty; 2)$

$(-\infty; 2]$

Выберите один правильный вариант.

**Областью определения функции**  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 9}}$  является ...

- ( $-\infty; 3$ )
- [ $-3; 3$ ]
- + ( $-\infty; -3$ )  $\cup$  ( $3; +\infty$ )
- ( $-\infty; -3$ )  $\cup$  [ $3; +\infty$ )

Выберите один правильный вариант.

**Областью определения функции**  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 25}}$  является ...

- ( $-\infty; 5$ )
- [ $-5; 5$ ]
- + ( $-\infty; -5$ )  $\cup$  ( $5; +\infty$ )
- ( $-\infty; -5$ )  $\cup$  [ $5; +\infty$ )

Выберите один правильный вариант.

**Областью определения функции**  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}}$  является ...

- ( $-\infty; 2$ )
- [ $-2; 2$ ]
- + ( $-\infty; -2$ )  $\cup$  ( $2; +\infty$ )
- ( $-\infty; -2$ )  $\cup$  [ $2; +\infty$ )

Выберите один правильный вариант.

**Областью определения функции**  $y = \frac{\sqrt{x+6}}{\sqrt[3]{x+3}}$  является множество ...

- ( $6; +\infty$ )
- + [ $-6; -3$ )  $\cup$  ( $-3; +\infty$ )
- ( $-3; +\infty$ )
- [ $-6; +\infty$ )

Выберите один правильный вариант.

**Областью определения функции**  $y = \frac{\ln(1-x)}{x+3}$  является множество ...

- + ( $-\infty; -3$ )  $\cup$  ( $-3; 1$ )
- ( $-\infty; 1$ )
- ( $-\infty; 1$ )
- ( $-\infty; -3$ )  $\cup$  ( $-3; 1$ )

*Выберите один правильный вариант.*

**Областью определения функции**  $y = \arccos\left(\frac{x}{2} - 1\right)$  **является множество ...**

- +  $[0; 4]$
- $[2; +\infty)$
- $(0; 4)$
- $[0; 1]$

*Выберите один правильный вариант.*

**Дана функция**  $y = 8 \cos(3x + 6)$ . Тогда ее **областью значений является множество ...**

- +  $[-8, 8]$
- $[-24, 24]$
- $(-\infty, +\infty)$
- $[-1, 1]$

*Выберите один правильный вариант.*

**Дана функция**  $y = 5 \sin(2x + 3)$ . Тогда ее **областью значений является множество ...**

- $[-1; 1]$
- +  $[-5; 5]$
- $(-\infty; +\infty)$
- $[-10; 10]$

*Выберите один правильный вариант.*

**Дана функция**  $y = 4 \cos(5x + 7)$ . Тогда ее **областью значений является множество ...**

- $[-20; 20]$
- $[-1; 1]$
- $(-\infty; +\infty)$
- +  $[-4; 4]$

*Выберите один правильный вариант.*

**Дана функция**  $y = 3 \sin(7x - 4)$ . Тогда ее **областью значений является множество ...**

- $(-\infty; +\infty)$
- +  $[-3; 3]$
- $[-21; 21]$
- $[-1; 1]$

*Выберите один правильный вариант.*

**Дана функция  $y = 2 \sin(5x + 3)$ . Тогда ее областью значений является множество ...**

$[-10; 10]$

$+ [-2; 2]$

$(-\infty; +\infty)$

$[-1; 1]$

2 задание: Свойства функций. Графики функций

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций являются монотонными при  $x \in (-\infty; +\infty)$ .**

$y = x^2$

$+ y = x^3$  (50 %)

$+ y = \sqrt[3]{x}$  (50 %)

$y = \cos x$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций являются монотонными при  $x \in (-\infty; +\infty)$ .**

$+ y = \sqrt[5]{x}$  (50 %)

$y = x^4$

$+ y = x^5$  (50 %)

$y = \sin x$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций являются монотонными при  $x \in (-\infty; +\infty)$ .**

$+ y = 3x$  (50 %)

$y = x^2$

$+ y = e^x$  (50 %)

$y = \cos x$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций являются монотонными при  $x \in (-\infty; +\infty)$ .**

$+ y = x^5 \text{ (50 %)}$

$y = x^2$

$+ y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \text{ (50 %)}$

$y = \cos x$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Укажите, какие из представленных ниже функций являются монотонными при  $x \in (-\infty; +\infty)$ .**

$y = x^6$

$+ y = x^3 \text{ (50 %)}$

$+ y = \arctg x \text{ (50 %)}$

$y = \cos x$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Укажите, какие из представленных ниже функций являются нечетными:**

$+ y = \frac{x}{\cos x} + \sin x \text{ (50 %)}$

$y = x^3 \cdot \operatorname{tg} x$

$+ y = x^3 + \operatorname{tg} x \text{ (50 %)}$

$y = \frac{x(x+1)}{\sin x}$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Укажите, какие из представленных ниже функций являются нечетными:**

$y = x^3 \cdot \operatorname{ctg} x$

$+ y = \frac{\cos x}{x} - \sin x \text{ (50 %)}$

$+ y = x^3 + \sin x \text{ (50 %)}$

$y = \frac{x(x-1)}{\operatorname{tg} x}$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Укажите, какие из представленных ниже функций являются нечетными:**

$y = x^3 \cdot \sin x$

$+ y = \frac{x}{\cos x} + \operatorname{tg} x \text{ (50 %)}$

$+ y = x^3 + \operatorname{ctg} x \text{ (50 %)}$

$y = \frac{x(x+1)}{\operatorname{ctg} x}$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций являются нечетными:**

$$y = x^3 \cdot \sin x$$

$$+ y = \frac{x}{\cos x} - \sin x \text{ (50 %)}$$

$$y = \frac{x(x+1)}{\operatorname{tg} x}$$

$$+ y = x^3 - \operatorname{tg} x \text{ (50 %)}$$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций являются нечетными:**

$$y = x^3 \cdot \arcsin x$$

$$+ y = \frac{x}{\cos x} - \operatorname{tg} x \text{ (50 %)}$$

$$+ y = x^3 + \operatorname{tg} x \text{ (50 %)}$$

$$y = \frac{x(x+1)}{\operatorname{tg} x}$$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций имеют период  $\frac{1}{3}$ .**

$$+ y = \operatorname{tg} 3\pi x \text{ (50 %)}$$

$$+ y = \cos 6\pi x \text{ (50 %)}$$

$$y = \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{3}$$

$$y = \sin \frac{2\pi}{3} x$$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций имеют период 4.**

$$y = \sin 2\pi x$$

$$+ y = \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} \text{ (50 %)}$$

$$y = \operatorname{ctg} 4\pi x$$

$$+ y = \cos \frac{\pi x}{2} \text{ (50 %)}$$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций имеют период  $\frac{1}{4}$ .**

$$y = \cos 4\pi x$$

$$y = \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{4}$$

$$+ y = \sin 8\pi x \text{ (50 %)}$$

$$+ y = \operatorname{tg} 4\pi x \text{ (50 %)}$$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Укажите, какие из представленных ниже функций имеют период 3.**

$$+ y = \cos \frac{2\pi}{3} x \text{ (50 %)}$$

$$y = \operatorname{tg} 3\pi x$$

$$y = \sin \frac{3\pi}{2} x$$

$$+ y = \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{3} \text{ (50 %)}$$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Укажите, какие из представленных ниже функций имеют период  $\frac{1}{4}$ .**

$$+ y = \cos 8\pi x \text{ (50 %)}$$

$$y = \sin 4\pi x$$

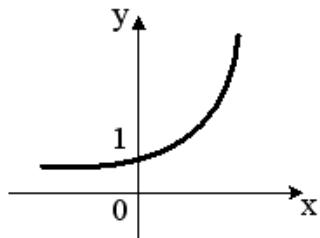
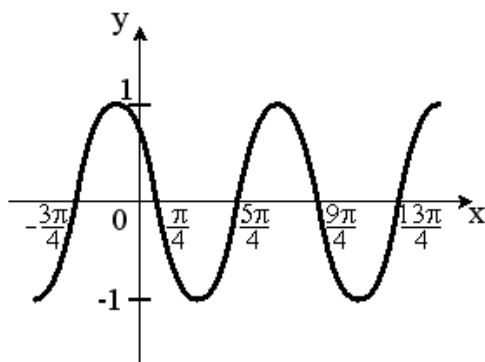
$$+ y = \operatorname{ctg} 4\pi x \text{ (50 %)}$$

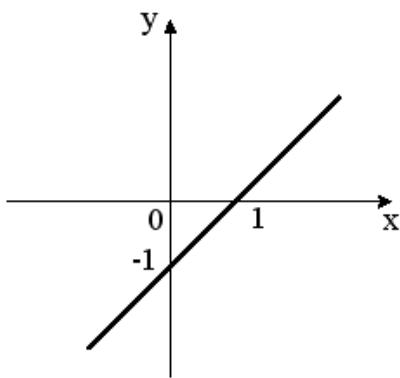
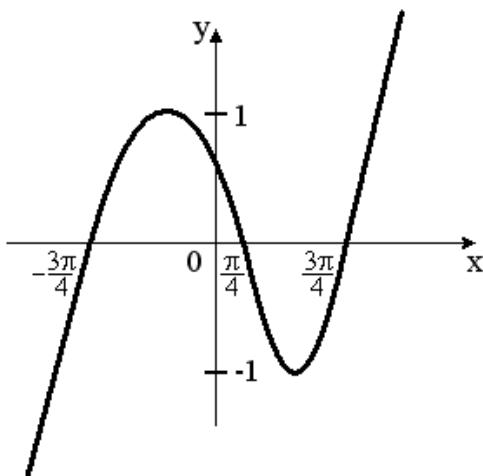
$$y = \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}$$

Выберите один правильный вариант.

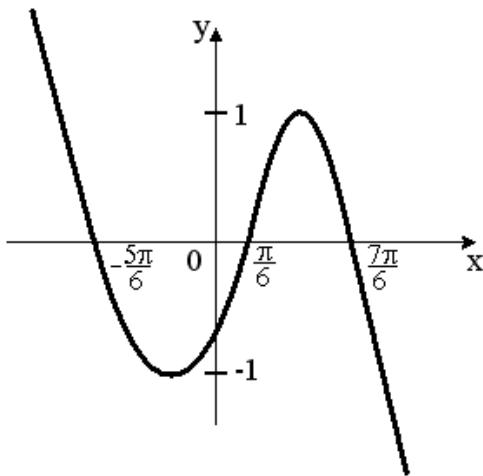
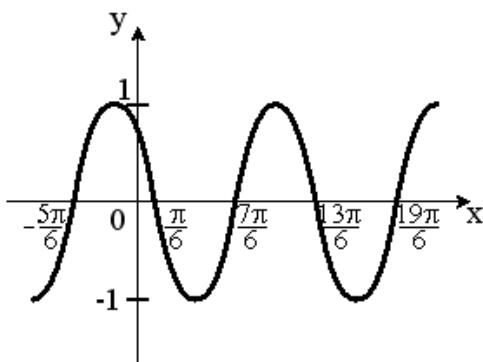
**Укажите график периодической функции.**

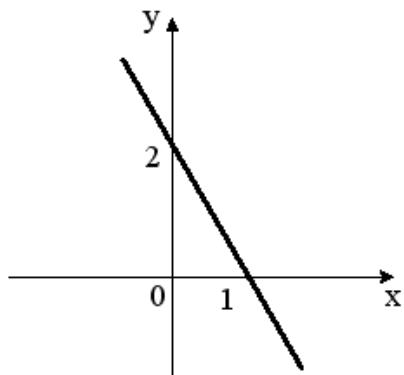
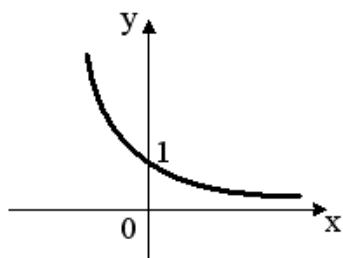
+



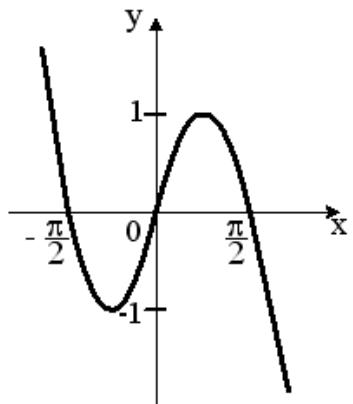
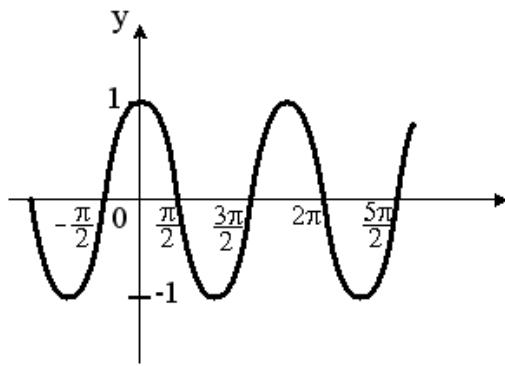


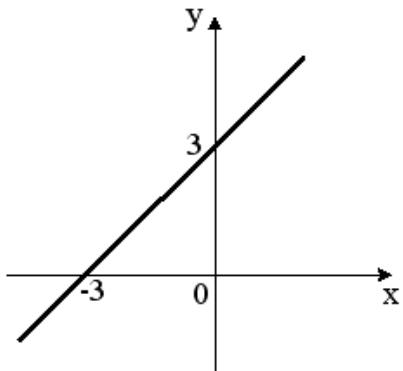
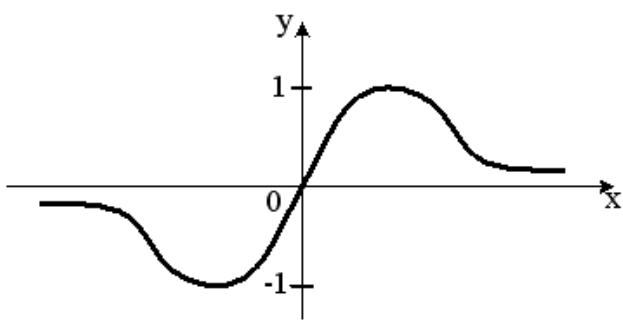
*Выберите один правильный вариант.*  
**Укажите график периодической функции.**



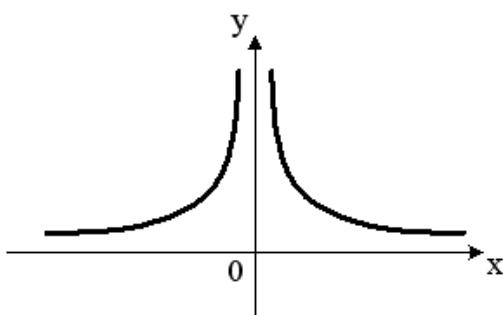
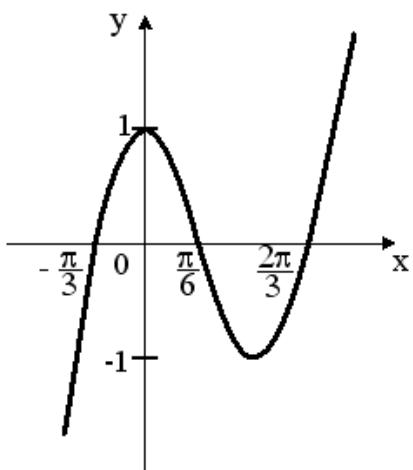


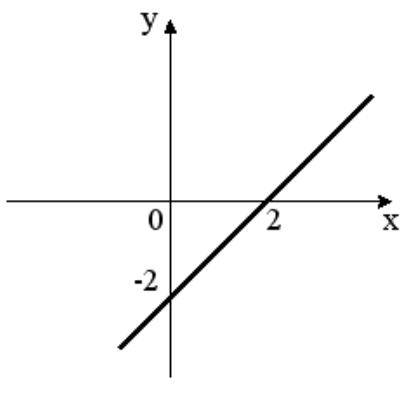
*Выберите один правильный вариант.*  
**Укажите график периодической функции.**



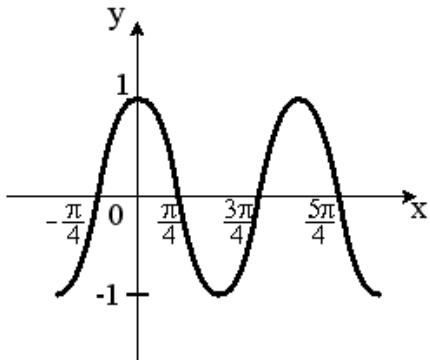


Выберите один правильный вариант.  
Укажите график периодической функции.





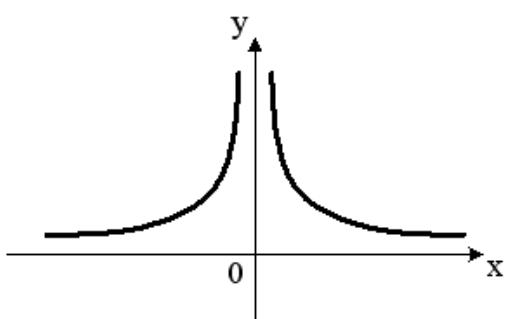
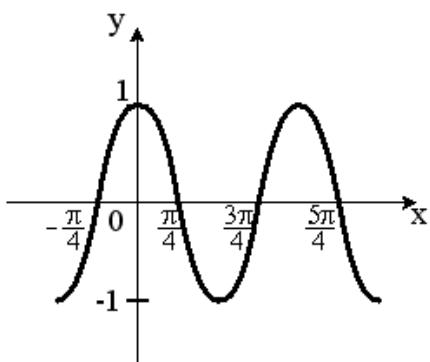
+

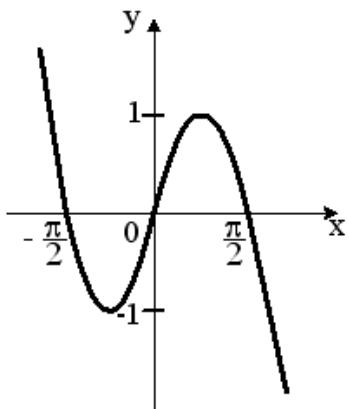
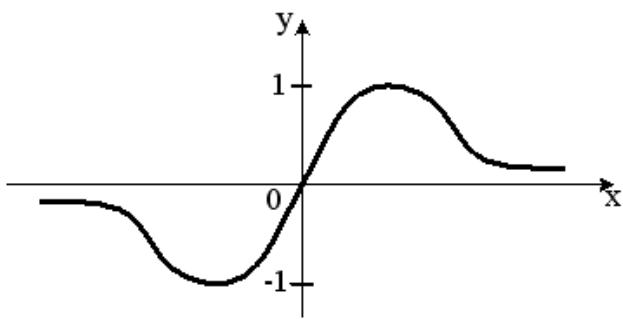


Выберите один правильный вариант.

**Укажите график периодической функции.**

+





Задание: Предел функции

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между пределами и их значениями:**

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + x + 9}{x^3 - 3}$	3. 2 (33,3%)
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x + 2}{7x^2 + 2x - 1}$	$\frac{1}{7}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - x + 2}{3x^2 + 2x + 1}$	2. $\infty$ (33,3%)
	7
	1. 0 (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между пределами и их значениями:**

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 3x - 1}{4x^3 - 2x + 5}$	3. 4,5 (33,3%)
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x - 1}{9x^2 - 2x + 5}$	$\frac{1}{9}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 + 3x - 1}{2x^2 - 2x + 5}$	2. $\infty$ (33,3%)
	2
	1. 0 (33,3%)

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между пределами и их значениями:**

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + x + 9}{2x^3 - 3}$	3. $\frac{3}{4}$ (33,3%)
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + x + 9}{2x^2 - 3}$	$\frac{5}{2}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x + 2}{4x^2 + 3x - 1}$	2. $\infty$ (33,3%)
	1
	1. 0 (33,3%)

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между пределами и их значениями:**

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 3x - 1}{4x^3 - 2x + 5}$	3. 4 (33,3%)
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 3x - 1}{4x^2 - 2x^3 + 5}$	$\frac{3}{2}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 - 5x + 2}{3x^2 + x - 1}$	2. $\infty$ (33,3%)
	2
	1. 0 (33,3%)

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между пределами и их значениями:**

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^3 + 3x - 1}{5x^3 + 2x^2 + 5}$	3. 0 (33,3%)
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^2 + 5x - 1}$	$\frac{3}{2}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + x + 9}{x^3 - 3}$	2. $\infty$ (33,3%)
	7
	1. $-\frac{4}{5}$ (33,3%)

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 9x + 20}{x^2 - 7x + 12}$  равно ...**

-1

Укажите Ваш вариант ответа.

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - x - 6}$  равно ...

1

Укажите Ваш вариант ответа.

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 7x + 10}{2x^2 + 9x + 10}$  равно ...

3

Укажите Ваш вариант ответа.

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x - 5}{x^2 - 2x - 15}$  равно ...

2

Укажите Ваш вариант ответа.

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{2x^2 - 5x + 3}$  равно ...

-1

Выберите один правильный вариант.

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 6}{x + 3} - x \right)$  равно ...

2

0

+ - 3

1

Укажите Ваш вариант ответа.

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$  равно ...

5

Укажите Ваш вариант ответа.

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 5x}$  равно ...

0,2

Укажите Ваш вариант ответа.

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}$  равно ...

3

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg} 2x}$  **равно ...**

0,5

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\operatorname{tg} 2x}$  **равно ...**

3

*Выберите один правильный вариант.*

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{x^2}$  **равно ...**

1

+9

3

0

*Выберите один правильный вариант.*

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{6x}$  **равно ...**

1

$e^6$

$+e^2$

$\infty$

*Выберите один правильный вариант.*

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{8x}$  **равно ...**

1

$e^8$

$+e^4$

$\infty$

*Выберите один правильный вариант.*

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3x}\right)^{6x}$  **равно ...**

1

$e^6$

$+\frac{1}{e^2}$

$e^2$

Выберите один правильный вариант.

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2x}\right)^{6x}$  равно ...

- 1
- $e^6$
- $+\frac{1}{e^3}$
- $e^3$

Выберите один правильный вариант.

**Значение предела**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4x}\right)^{8x}$  равно ...

- 1
- $e^8$
- $+e^2$
- $\infty$

#### 4 задание: Бесконечно-малые и бесконечно-большие величины

Выберите один правильный вариант.

**Бесконечно-малой функцией при  $x \rightarrow 0$  является ...**

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$+ f(x) = \frac{x}{x-3}$$

$$f(x) = \frac{5}{x}$$

$$f(x) = e^x$$

Выберите один правильный вариант.

**Бесконечно-малой функцией при  $x \rightarrow 0$  является ...**

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$+ f(x) = \frac{x}{x+7}$$

$$f(x) = 3^x$$

$$f(x) = \frac{6}{x^2}$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Бесконечно-малой функцией при  $x \rightarrow 0$  является ...**

$$f(x) = x^2 + 5$$

$$f(x) = \frac{x+3}{x-7}$$

$$+ f(x) = \sin x$$

$$f(x) = \frac{6}{x}$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Бесконечно-малой функцией при  $x \rightarrow 0$  является ...**

$$+ f(x) = \operatorname{tg} 3x$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$f(x) = \ln x$$

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Бесконечно-малой функцией при  $x \rightarrow 0$  является ...**

$$+ f(x) = \operatorname{tg} 4x$$

$$f(x) = x^2 + 5$$

$$f(x) = \ln x$$

$$f(x) = \frac{1}{x^3}$$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Бесконечно большими функциями при  $x \rightarrow +\infty$  являются ...**

$$y = \operatorname{arctg} x$$

$$+ y = \frac{1}{x^{-2}} \text{ (33,3 %)}$$

$$+ y = \log_{0,5} x \text{ (33,3 %)}$$

$$y = \frac{1}{x}$$

$$+ y = \sqrt[9]{x} \text{ (33,3 %)}$$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Бесконечно большими функциями при  $x \rightarrow +\infty$  являются ...**

$$y = \sin x$$

$$y = \frac{1}{x^2}$$

$$y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$$

$$+ y = \frac{1}{x^{-3}} \text{ (50 %)}$$

$$+ y = \sqrt{x} \text{ (50 %)}$$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Бесконечно большими функциями при  $x \rightarrow +\infty$  являются ...**

$$+ y = \sqrt[4]{x} \text{ (50 %)}$$

$$y = \frac{1}{x}$$

$$+ y = \log_5 x \text{ (50 %)}$$

$$y = \operatorname{arcctg} x$$

$$y = 5x - 2$$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Бесконечно большими функциями при  $x \rightarrow +\infty$  являются ...**

$$y = \operatorname{arctg} x$$

$$y = \frac{1}{\sin x}$$

$$+ y = \log_{0,3} x \text{ (50 %)}$$

$$y = \cos x$$

$$+ y = e^x \text{ (50 %)}$$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Бесконечно большими функциями при  $x \rightarrow +\infty$  являются ...**

$$+ y = x^3 \text{ (33,3 %)}$$

$$y = \frac{1}{x^2}$$

$$+ y = \lg x \text{ (33,3 %)}$$

$$y = \sin x$$

$$+ y = 3^x \text{ (33,3 %)}$$

### 5 задание: Сложная функция

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Сложными функциями являются ...**

$$+ y = \arcsin(3x) \text{ (50 %)}$$

$$y = \arcsin x$$

$$y = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^x$$

$$+ y = \frac{2^{\sqrt{x}}}{\sqrt{3}} \text{ (50 %)}$$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Сложными функциями являются ...**

$$+ y = \log_4(3x) \text{ (50 %)}$$

$$y = \log_2 x$$

$$y = \left( \frac{4}{\sqrt{5}} \right)^x$$

$$+ y = \frac{4^{\sqrt{x}}}{\sqrt{7}} \text{ (50 %)}$$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Сложными функциями являются ...**

$$y = \left( \frac{8}{\sqrt{3}} \right)^x$$

$$+ y = \frac{6^{\sqrt{x}}}{\sqrt{8}} \text{ (50 %)}$$

$$+ y = \arctg(8x) \text{ (50 %)}$$

$$y = \arctgx$$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Сложными функциями являются ...**

$$+ y = \sin(2x) \text{ (50 %)}$$

$$y = \left( \frac{7}{\sqrt{5}} \right)^x$$

$$y = \sin x$$

$$+ y = e^{\cos x} \text{ (50 %)}$$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Сложными функциями являются ...**

$$+ y = \operatorname{ctg}(4x) \text{ (50 %)}$$

$$y = \left( \frac{5}{\sqrt{3}} \right)^x$$

$$y = \ln x$$

$$+ y = e^{\sqrt{x}} \text{ (50 %)}$$

6 задание: Непрерывность функции. Точки разрыва

Выберите несколько правильных вариантов.

Для дробно-рациональной функции  $y = \frac{x(3x+1)}{x^2 - 9}$  точками разрыва

**являются ...**

+  $x = -3$  (50%)

$x = -\frac{1}{3}$

$x = 0$

+  $x = 3$  (50%)

Выберите несколько правильных вариантов.

Для дробно-рациональной функции  $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x}$  точками разрыва

**являются ...**

$x = -2$

+  $x = 3$  (50%)

+  $x = 0$  (50%)

$x = 1$

Выберите несколько правильных вариантов.

Для дробно-рациональной функции  $y = \frac{x(x+3)}{x^2 - x - 2}$  точками разрыва

**являются ...**

+  $x = -1$  (50%)

$x = -3$

$x = 0$

+  $x = 2$  (50%)

Выберите несколько правильных вариантов.

Для дробно-рациональной функции  $y = \frac{x(2x+5)}{x^2 + x - 2}$  точками разрыва

**являются ...**

+  $x = 1$  (50%)

$x = 0$

$x = -2,5$

+  $x = -2$  (50%)

Выберите несколько правильных вариантов.

Для дробно-рациональной функции  $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x}$  точками разрыва являются

...

$$+x = -3 \text{ (50%)}$$

$$x = -2$$

$$+x = 0 \text{ (50%)}$$

$$x = 2$$

Выберите один правильный вариант.

**Точной разрыва функции**  $y = \frac{(x-2)}{(x+5) \cdot \ln x}$  является точка ...

$$2$$

$$+1$$

$$0$$

$$-5$$

Выберите один правильный вариант.

**Точной разрыва функции**  $y = \frac{(x-3)}{(x+1) \cdot \ln x}$  является точка ...

$$3$$

$$+1$$

$$0$$

$$-1$$

Выберите один правильный вариант.

**Точной разрыва функции**  $y = \frac{(x-4)}{(x+3) \cdot \ln x}$  является точка ...

$$4$$

$$+1$$

$$0$$

$$-3$$

Выберите один правильный вариант.

**Количество точек разрыва функции**  $y = \frac{x-3}{e^x(x^2+1)}$ , равно ...

$$2$$

$$3$$

$$+0$$

$$1$$

Выберите один правильный вариант.

**Количество точек разрыва функции**  $y = \frac{x-2}{e^x(x^2-1)}$ , равно ...

$$+2$$

$$3$$

$$0$$

$$1$$

Выберите один правильный вариант.

**Количество точек разрыва функции**  $y = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ 2x, & \text{если } 0 < x < 1, \\ 1, & \text{если } 1 \leq x < 3, \\ x - 2, & \text{если } x > 3 \end{cases}$  равно ...

- 0
- 1
- 2
- +3

Таблица 3 – Критерии оценки сформированности компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
ИД-1ук-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.	Знает основные понятия о функции и ее свойствах, основные понятия о пределах функции, но допускает неточности в доказательствах теоретических утверждений и выводах формул, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 65-75% обязательных	Знает основные понятия о функции и ее свойствах, основные понятия о пределах функции, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 76-85% обязательных заданий проверочных	Знает основные понятия о функции и ее свойствах, основные понятия о пределах функции,, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач и нестандартные задачи, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не

	заданий проверочных работ	работ	менее 86-100% обязательных заданий проверочных работ
ИД-2ук-1 Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Обладает навыками поиска информации для решения основных типов задач теории пределов функции одной переменной под руководством преподавателя	Обладает навыками самостоятельного поиска информации для решения прикладных задач с помощью пределов функции одной переменной, но испытывает затруднения в ее критическом анализе	Обладает навыками самостоятельного поиска и критического анализа информации для решения прикладных задач с помощью пределов функции одной переменной
ИД-3ук-1 Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Имеет представление о различных способах вычисления пределов функции одной переменной, но умеет решать основные типы задач одним из них	Умеет решать задачи вычисления пределов функций одной переменной различными способами, допуская незначительные ошибки, но испытывает затруднения при оценке их достоинств и недостатков	Умеет решать задачи вычисления пределов функций одной переменной различными способами, в том числе и нестандартными, проявляя творчество и элементы исследовательской работы, оценивает достоинства и недостатки возможных вариантов решения

## **Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной**

### **Контрольная работа № 2 «Дифференцирование функций одной переменной»**

#### *Типовые задания*

##### *Базовый уровень*

**Задания 1-4.** Найти производные заданных функций

$$1) \quad y = \left( x^4 - \frac{2}{x^3} + \sqrt[3]{x^2} - 6 \right)^3;$$

$$2) \quad y = \frac{\cos \frac{x}{4}}{x^2};$$

$$3) \quad y = e^{ctgx} \arcsin \sqrt{x};$$

$$4) \quad y = 3^{\cos^2 x} + \operatorname{arctg} 5x.$$

##### *Повышенный уровень*

**Задание 5.** Найти производную неявной функции  $x^4 + x^2 y^3 - \cos y = 0$ .

**Задание 6.** Найти производную  $\frac{dy}{dx}$  параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = e^{-t} \cos t, \\ y = e^t \cos t. \end{cases}$$

**Задание 7.** Тело, выпущенное вертикально вверх, движется по закону  $s(t) = 9t - 2t^2$ , где высота  $s(t)$  измеряется в метрах, а время  $t$  – в секундах. Найти: а) скорость тела в начальный момент времени ( $t_0 = 0$  с); б) скорость тела в момент соприкосновения с землей ( $s(t) = 0$  м; в) наибольшую высоту подъема тела ( $v(t) = 0$  м/с).

### **Расчетно-графическая работа № 1 «Исследование функций одной переменной и построение графиков»**

#### *Типовые задания*

##### *Базовый уровень*

**Задание 1.** Исследовать функцию  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 5$  методами

дифференциального исчисления и построить ее график.

Исследование и построение графика рекомендуется проводить по следующей схеме:

- 1) найти область определения функции;
- 2) исследовать функцию на четность, нечетность;
- 3) исследовать функцию на непрерывность, найти точки разрыва, если они существуют, определить их род;

- 4) найти точки экстремума и экстремумы функции, определить интервалы возрастания и убывания функции;
- 5) найти точки перегиба графика функции, определить интервалы выпуклости и вогнутости графика функции;
- 6) найти асимптоты графика функции, если они имеются;
- 7) найти точки пересечения графика функции с осями координат; при необходимости можно дополнительно найти точки графика функции, давая значению  $x$  ряд значений и вычисляя соответствующие значения  $y$ ;
- 8) построить график функции, используя результаты исследования.

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^4 - 2x^2 + 5$  на отрезке  $[-2; 3]$ .

**Задание 3.** Исследовать данную функцию  $y = \frac{x^2 - 6x + 13}{x - 3}$  методами дифференциального исчисления и построить ее график.

Исследование и построение графика рекомендуется проводить по следующей схеме:

- 1) найти область определения функции;
- 2) исследовать функцию на четность, нечетность;
- 3) исследовать функцию на непрерывность, найти точки разрыва, если они существуют, определить их род;
- 4) найти точки экстремума и экстремумы функции, определить интервалы возрастания и убывания функции;
- 5) найти точки перегиба графика функции, определить интервалы выпуклости и вогнутости графика функции;
- 6) найти асимптоты графика функции, если они имеются;
- 7) найти точки пересечения графика функции с осями координат; при необходимости можно дополнительно найти точки графика функции, давая значению  $x$  ряд значений и вычисляя соответствующие значения  $y$ ;
- 8) построить график функции, используя результаты исследования.

**Задание 4.** Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2 \cos x}{\sin(\pi - 3x)}$  по правилу Лопитала.

**Задание 5.** Определить размеры силосного сооружения, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием, объемом  $108 \text{ м}^3$ , чтобы суммарная площадь поверхности дна и стенок была минимальной.

#### Повышенный уровень

**Задание 6.** При производстве первых 20 единиц продукции издержки имеют вид  $C(x) = 5x$ . Далее при производстве каждой последующей единицы продукции издержки возрастают на 2 ден. ед. Цена единицы продукции равна 40 денежных единиц. Найти оптимальное значение выпуска продукции.

# **Защита расчетно-графической работы № 1**

## **«Исследование функций одной переменной и построение графиков»**

### **Типовые задания**

#### **Базовый уровень**

**Задание 1.** Дайте ответ на один из предложенных теоретических вопросов.

1. Сформулируйте теорему Ферма. В чем состоит ее геометрический смысл?
2. Сформулируйте теорему Ролля. В чем состоит ее геометрический смысл?
3. Сформулируйте теорему Лагранжа. В чем состоит ее геометрический смысл?
4. В чем заключается правило Лопиталя?
5. Какая функция называется возрастающей (убывающей) на промежутке  $X$ ? Сформулируйте необходимое условие возрастания (убывания) функции на промежутке  $X$ .
6. Сформулируйте и докажите теорему о достаточном условии возрастания функции.
7. Сформулируйте и докажите теорему о достаточном условии убывания функции.
8. Дайте определения точки максимума функции, точки минимума функции, точки экстремума функции, максимума функции, минимума функции, экстремума функции. Сформулируйте необходимое условие экстремума функции.
9. Сформулируйте и докажите теорему: первое достаточное условие экстремума.
10. Изложите схему исследования функции  $y = f(x)$  на экстремум с помощью первого достаточного условия экстремума.
11. Сформулируйте и докажите теорему: второе достаточное условие экстремума.
12. Изложите схему исследования функции  $y = f(x)$  на экстремум с помощью второго достаточного условия экстремума.
13. Дайте определение выпуклой на промежутке  $X$  функции, вогнутой на промежутке  $X$  функции. Сформулируйте необходимое условие выпуклости функции, необходимое условие вогнутости функции.
14. Сформулируйте и докажите теорему о достаточном условии выпуклости функции.
15. Сформулируйте и докажите теорему о достаточном условии выпуклости функции.
16. Дайте определение точки перегиба графика функции. Сформулируйте необходимое условие точки перегиба графика функции. Сформулируйте достаточное условие точки перегиба графика функции.
17. Изложите схему исследования функции  $y = f(x)$  на выпуклость, вогнутость, наличие точек перегиба.
18. Дайте определение асимптоты графика функции. Как найти уравнения асимптот: вертикальных, горизонтальных, наклонных?
19. Изложите общую схему исследования функции и построения ее графика.
20. Изложите схему отыскания наибольшего и наименьшего значений функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[a, b]$

**Задание 2.** Решите одну из предложенных задач.

№1. Вычислите предел по правилу Лопиталя:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2x - 1}{1 - \cos 3x};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x - x}{\ln(1+x) - x}.$$

№2. Найти интервалы возрастания, убывания и экстремумы функции:

$$1) y = \frac{4x^2 + 9}{x + 3};$$

$$2) y = \ln(x^2 + 2x + 2);$$

$$3) y = 4xe^{-x}.$$

№3. Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции:

$$1) y = \frac{4x^3}{9(3-x^2)};$$

$$2) y = \frac{3 \ln x}{x}.$$

№4. Найти асимптоты графика функции:

$$1) y = \frac{2x^2}{2x-1};$$

$$2) y = \frac{x^2}{3(x^2-3)}.$$

№5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = \frac{3x+4}{x^2+1}$  на отрезке  $[-1; 4]$ .

№6. Требуется изготовить закрытый цилиндрический бак объемом  $V$ . Какими должны быть его размеры, чтобы на его изготовление ушло наименьшее количество материала?

#### *Повышенный уровень*

**Задание 3.** Приведите пример экономического процесса, для изучения которого применяются теоремы о исследовании функции с помощью производной.

**Задание 4.** Решите одну из предложенных задач.

№1. Исследовать функцию  $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2$  и по результатам исследования построить график.

№2. Исследовать функцию  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}}$  ( $\sigma > 0$ ) и по результатам исследования построить график.

№3. Для функции спроса  $q = \frac{1}{3}(100 - 5p)$  найти значение стоимости единицы продукции  $p$ , при которой спрос является эластичным.

№4. Функция издержек имеет вид

$$C(x) = \begin{cases} \frac{x}{5} & \text{при } x \leq 20, \\ \frac{x}{5} + \frac{1}{8}(x-20)^2 & \text{при } x > 20. \end{cases}$$

При какой цене р единицы товара оптимальное значение выпуска  $x_{\text{опт}} = 30$ ?

№5. Определить оптимальное для производства значение выпуска  $x_{\text{опт}}$  при условии, что весь товар реализуется по фиксированной цене  $p = 14$  ден. единиц за единицу и известен вид функции издержек  $C(x) = 13 + 2x + x^3$ .

№6. Найти максимальную прибыль, которую может получить производитель, при условии, что весь товар реализуется по фиксированной цене  $p = 10,5$  ден. единиц за единицу и известен вид функции издержек  $C(x) = 10 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4}$ .

### **Тестирование**

#### *Типовые задания*

##### 1 задание: Производные первого порядка функции одной переменной

Выберите один правильный вариант.

**Производная функции  $y = \sin(x^2 + 1)$  равна ...**

- $-2x \cos(x^2 + 1)$
- $\cos(x^2 + 1)$
- $+2x \cos(x^2 + 1)$
- $x \cos(x^2 + 1)$

Выберите один правильный вариант.

**Производная функции  $y = \cos(5x^2 - 2)$  равна ...**

- $x \sin(5x^2 - 2)$
- $-\sin(5x^2 - 2)$
- $+ -10x \sin(5x^2 - 2)$
- $10x \sin(5x^2 - 2)$

Выберите один правильный вариант.

**Производная функции  $y = \sin(2x^2 - 5)$  равна ...**

- $-x \cos(2x^2 - 5)$
- $\cos(2x^2 - 5)$
- $+ 4x \cos(2x^2 - 5)$
- $-4x \cos(2x^2 - 5)$

*Выберите один правильный вариант.*

**Производная функции**  $y = \cos(3x^2 + 2)$  **равна ...**

$+ -6x\sin(3x^2 + 2)$

$x\sin(3x^2 + 2)$

$-\sin(3x^2 + 2)$

$6x\sin(3x^2 + 2)$

*Выберите один правильный вариант.*

**Производная функции**  $y = \cos^4 x$  **равна ...**

$-\sin^4 x$

$4\cos^3 x$

$-4\sin x$

$+ -4\cos^3 x \sin x$

*Выберите один правильный вариант.*

**Производная функции**  $y = 2x\cos^2 x$  **равна ...**

$2\cos x(\cos x + \sin^2 x)$

$+ 2\cos x(\cos x - 2x\sin x)$

$2\cos 2x$

$2(\cos^2 x - x\sin^2 x)$

*Выберите один правильный вариант.*

**Производная функции**  $y = \frac{x}{\ln x}$  **равна ...**

$\frac{\ln x + 1}{\ln^2 x}$

$\frac{1 - \ln x}{\ln^2 x}$

$1 - \frac{1}{\ln x}$

$+\frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$

*Выберите один правильный вариант.*

**Производная функции**  $y = \frac{x+3}{x+2}$  **равна ...**

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{x+2} \\
 & \frac{2x+5}{(x+2)^2} \\
 & \frac{1}{(x+2)^2} \\
 & + -\frac{1}{(x+2)^2}
 \end{aligned}$$

Выберите один правильный вариант.

**Значение производной функции**  $y = \frac{2x+3}{e^{2x}}$  в точке  $x=0$  равно ...

- 8
- +− 4
- 0
- 5

Выберите один правильный вариант.

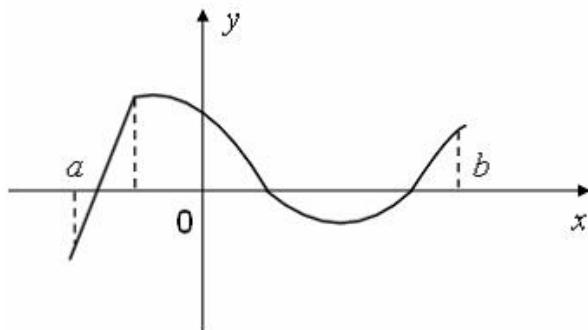
**Значение производной функции**  $y = 4\sin^2 x$  в точке  $x = \frac{\pi}{4}$  равно ...

- $2\sqrt{2}$
- +4
- 0
- $4\sqrt{2}$

## 2 задание: Геометрический и физический смыслы производной

Укажите Ваш вариант ответа.

**Функция задана графически.**

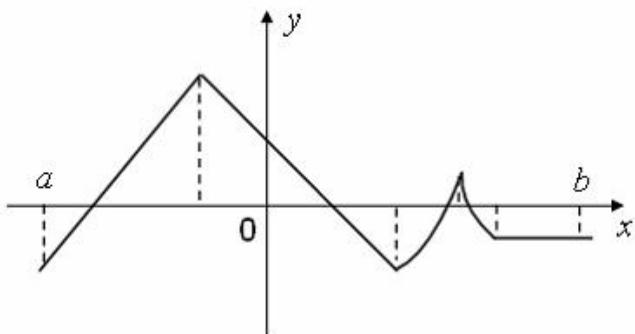


**Количество точек, принадлежащих интервалу  $(a, b)$ , в которых не существует производная этой функции, равно ...**

- 1

Укажите Ваш вариант ответа.

Функция задана графически.

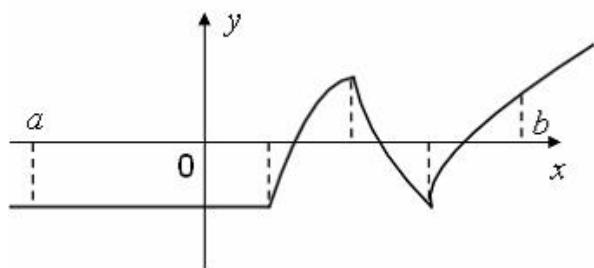


Количество точек, принадлежащих интервалу  $(a, b)$ , в которых не существует производная этой функции, равно ...

4

Укажите Ваш вариант ответа.

Функция задана графически.

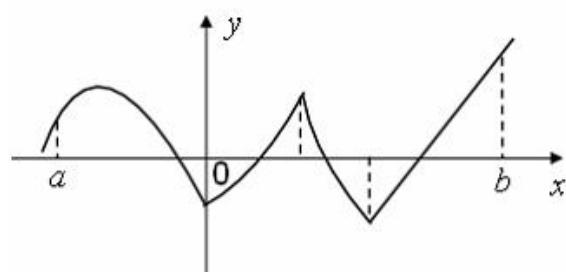


Количество точек, принадлежащих интервалу  $(a, b)$ , в которых не существует производная этой функции, равно ...

3

Укажите Ваш вариант ответа.

Функция задана графически.

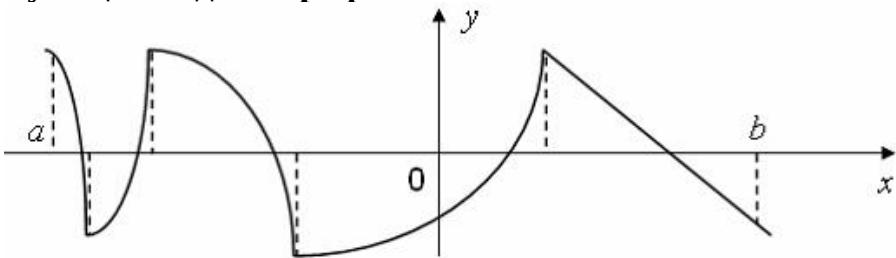


Количество точек, принадлежащих интервалу  $(a, b)$ , в которых не существует производная этой функции, равно ...

3

Укажите Ваш вариант ответа.

**Функция задана графически.**



**Количество точек, принадлежащих интервалу  $(a, b)$ , в которых не существует производная этой функции, равно ...**

4

Укажите Ваш вариант ответа.

**Прямая  $y = 7x - 5$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 6x - 8$ . Тогда абсцисса точки касания равна ...**

0,5

Укажите Ваш вариант ответа.

**Прямая  $y = 6x + 6$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 7x - 7$ . Тогда абсцисса точки касания равна ...**

-0,5

Укажите Ваш вариант ответа.

**Прямая  $y = -3x - 6$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 5x - 4$ . Тогда абсцисса точки касания равна ...**

-4

Укажите Ваш вариант ответа.

**Прямая  $y = 6x + 8$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 - 3x + 5$ . Тогда абсцисса точки касания равна ...**

4,5

Укажите Ваш вариант ответа.

**Прямая  $y = 7x - 5$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 6x - 8$ . Тогда абсцисса точки касания равна ...**

0,5

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Материальная точка движется прямолинейно по закону**

$$x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t \text{ (где } x \text{ — расстояние от точки отсчета в метрах, } t \text{ — время в секундах, измеренное с начала движения). Тогда скорость точки в (м/с) в момент времени } t = 6 \text{ с равна ...}$$

20

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Материальная точка движется прямолинейно по закону**

$$x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t + 13 \text{ (где } x \text{ — расстояние от точки отсчета в метрах, } t \text{ — время в секундах, измеренное с начала движения). Тогда скорость точки в (м/с) в момент времени } t = 3 \text{ с равна ...}$$

8

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Материальная точка движется прямолинейно по закону**

$$x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 3t + 20 \text{ (где } x \text{ — расстояние от точки отсчета в метрах, } t \text{ — время в секундах, измеренное с начала движения). Тогда скорость точки в (м/с) в момент времени } t = 4 \text{ с равна ...}$$

51

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Материальная точка движется прямолинейно по закону**

$$x(t) = -\frac{1}{2}t^3 + 8t^2 + 8t + 10 \text{ (где } x \text{ — расстояние от точки отсчета в метрах, } t \text{ — время в секундах, измеренное с начала движения). Тогда скорость точки в (м/с) в момент времени } t = 6 \text{ с равна ...}$$

50

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Материальная точка движется прямолинейно по закону**

$$x(t) = \frac{1}{4}t^3 + 2t^2 - 6t + 20 \text{ (где } x \text{ — расстояние от точки отсчета в метрах, } t \text{ — время в секундах, измеренное с начала движения). Тогда скорость точки в (м/с) в момент времени } t = 8 \text{ с равна ...}$$

74

*Укажите Ваш вариант ответа..*

**Материальная точка движется прямолинейно по закону**

$$x(t) = t^2 - 13t + 23 \text{ (где } x \text{ — расстояние от точки отсчета в метрах, } t \text{ — время в}$$

**секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с?**

8

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Материальная точка движется прямолинейно по закону**

$$x(t) = \frac{1}{4}t^2 + t - 10 \text{ (где } x \text{ — расстояние от точки отсчета в метрах, } t \text{ — время в}$$

**секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 5 м/с?**

8

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Материальная точка движется прямолинейно по закону**

$$x(t) = -\frac{1}{6}t^2 + 5t - 19 \text{ (где } x \text{ — расстояние от точки отсчета в метрах, } t \text{ — время в}$$

**в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 4 м/с?**

3

*Укажите Ваш вариант ответа..*

**Материальная точка движется прямолинейно по закону**

$$x(t) = \frac{1}{6}t^2 + 5t + 28 \text{ (где } x \text{ — расстояние от точки отсчета в метрах, } t \text{ — время в}$$

**секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 6 м/с?**

3

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Материальная точка движется прямолинейно по закону**

$$x(t) = \frac{1}{5}t^2 + t + 26 \text{ (где } x \text{ — расстояние от точки отсчета в метрах, } t \text{ — время в}$$

**секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с?**

5

**З задание: Производные второго порядка функции одной переменной**

*Выберите один правильный вариант.*

**Значение производной второго порядка функции  $y = 2 \sin 3x - 5x$  в точке**

$$x = \frac{\pi}{6} \text{ равно ...}$$

- 2
- + - 18
- 23
- 0

Выберите один правильный вариант.

**Значение производной второго порядка функции**  $y = e^{-3(x-1)} + 5x$  **в точке**  $x = 1$  **равно ...**

- 0
- 6
- +9
- 1

Выберите один правильный вариант.

**Производная второго порядка функции**  $y = \ln 2x$  **имеет вид ...**

- $-\frac{1}{2x^2}$
- $+\frac{1}{x^2}$
- $\frac{2}{x}$
- $\frac{1}{x^2}$

Выберите один правильный вариант.

**Производная второго порядка функции**  $y = \ln 5x$  **имеет вид ...**

- $\frac{1}{x^2}$
- $+\frac{1}{x^2}$
- $\frac{5}{x}$
- $-\frac{1}{5x^2}$

Выберите один правильный вариант.

**Производная второго порядка функции**  $y = \ln 12x$  **имеет вид ...**

$$\begin{array}{r}
 \frac{12}{x} \\
 -\frac{1}{12x^2} \\
 \frac{1}{x^2} \\
 +-\frac{1}{x^2}
 \end{array}$$

Выберите один правильный вариант.

**Производная второго порядка функции**  $y = \frac{3}{2x+5}$  равна ...

$$\begin{array}{r}
 +\frac{24}{(2x+5)^3} \\
 \frac{6}{(2x+5)^3} \\
 \frac{12}{(2x+5)^3} \\
 -\frac{6}{(2x+5)^3}
 \end{array}$$

Выберите один правильный вариант.

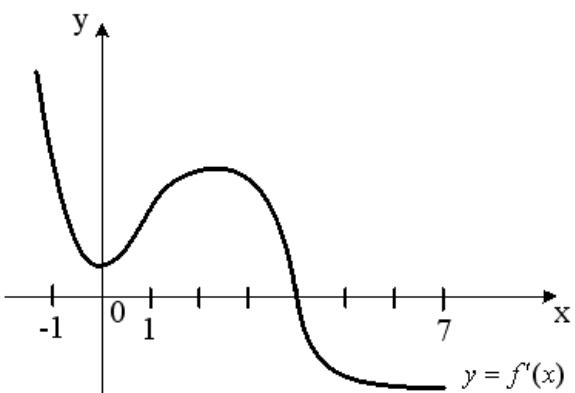
**Производная третьего порядка функции**  $y = x \cdot \ln 2x$  равна ...

$$\begin{array}{r}
 \frac{1}{x^2} \\
 +-\frac{1}{x^2} \\
 \frac{2}{x^3} \\
 \frac{1}{x}
 \end{array}$$

4 задание: Исследование функции одной переменной на монотонность и экстремум

Выберите один правильный вариант.

На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  функции  $y = f(x)$ , заданной на отрезке  $[-1; 7]$ .

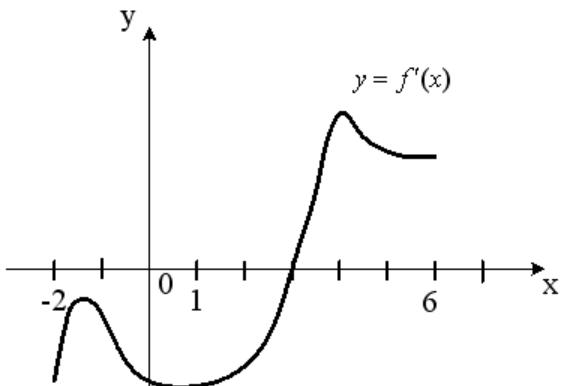


**Тогда точкой максимума функции  $y = f(x)$  является ...**

- 2
- 1
- +4
- 0

*Выберите один правильный вариант.*

**На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  функции  $y = f(x)$ , заданной на отрезке  $[-2; 6]$ .**

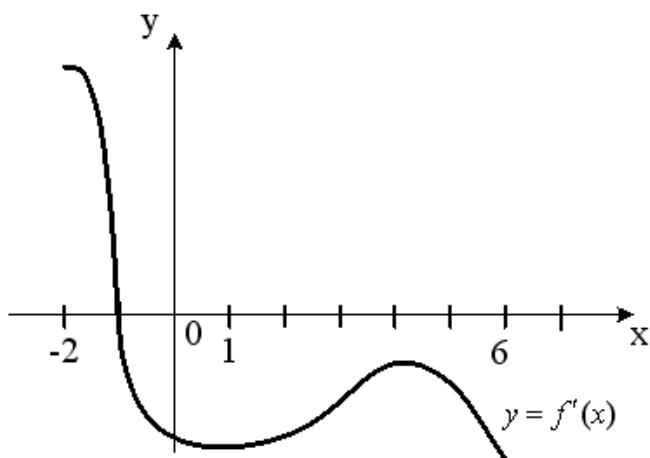


**Тогда точкой минимума функции  $y = f(x)$  является ...**

- 2
- +3
- 4
- 1

*Выберите один правильный вариант.*

**На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  функции  $y = f(x)$ , заданной на отрезке  $[-2; 6]$ .**

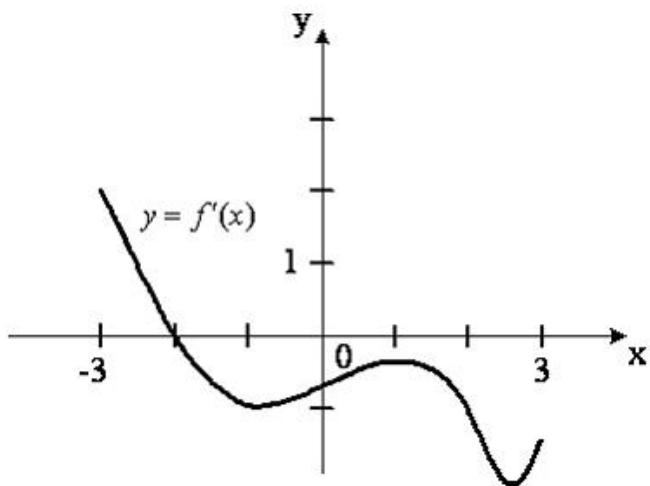


**Тогда точкой максимума функции  $y = f(x)$  является ...**

- 6
- 4
- + – 1
- 2

*Выберите один правильный вариант.*

**На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  функции  $y = f(x)$ , заданной на отрезке  $[-3; 3]$ .**

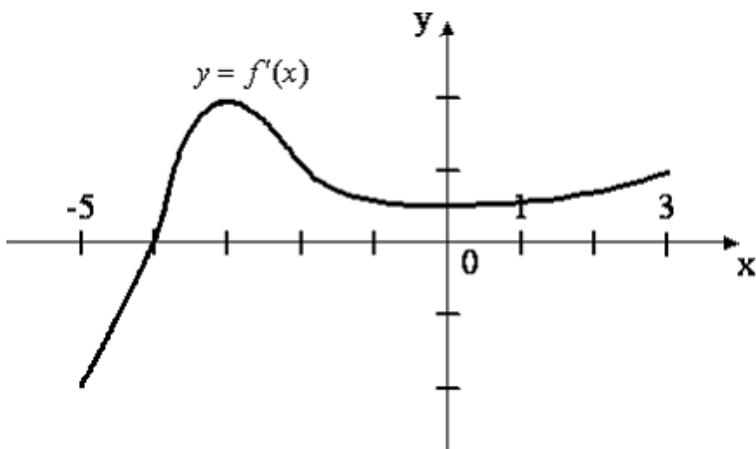


**Тогда точкой максимума функции  $y = f(x)$  является ...**

- 1
- 3
- + – 2
- 3

*Выберите один правильный вариант.*

**На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  функции  $y = f(x)$ , заданной на отрезке  $[-5; 3]$ .**



**Тогда точкой минимума функции  $y = f(x)$  является ...**

- + - 4
- 3
- 5
- 3

*Выберите один правильный вариант.*

**Производная функции имеет вид  $f'(x) = x^2(x^2 + 4x + 4)(x - 1)$ . Тогда количество точек экстремума функции  $y = f(x)$  равно ...**

- 3
- +1
- 2
- 4

*Выберите один правильный вариант.*

**Производная функции имеет вид  $f'(x) = x^3(x^2 - 2x + 1)(x - 5)$ . Тогда количество точек экстремума функции  $y = f(x)$  равно ...**

- 3
- 1
- +2
- 4

*Выберите один правильный вариант.*

**Производная функции имеет вид  $f'(x) = (x - 3)^2(x^2 - 2x + 1)(x + 1)$ . Тогда количество точек экстремума функции  $y = f(x)$  равно ...**

- 3
- +1
- 2
- 4

*Выберите один правильный вариант.*

**Производная функции имеет вид  $f'(x) = x^3 - 12x$ . Тогда количество точек перегиба графика функции  $y = f(x)$  равно ...**

- +2
- 0
- 3
- 1

*Выберите один правильный вариант.*

**Производная функции имеет вид  $f'(x) = x^3 - 27x$ . Тогда количество точек перегиба графика функции  $y = f(x)$  равно ...**

- +2
- 0
- 3
- 1

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Найдите точку минимума функции  $y = (x + 16)e^{x-16}$ .**

-17

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Найдите точку минимума функции  $y = (x + 54)e^{x-54}$ .**

-55

*Укажите Ваш вариант ответа..*

**Найдите точку минимума функции  $y = (x + 18)e^{x-18}$ .**

-19

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Найдите точку максимума функции  $y = (9 - x)e^{x+9}$ .**

8

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Найдите точку максимума функции  $y = (60 - x)e^{x+60}$ .**

59

5 задание: Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке

Укажите Ваш вариант ответа.

**Наименьшее значение функции**  $y = 3x - \ln(x + 3)^3$  **на отрезке**  $[-2,5; 0]$

**равно ...**

- 6

Укажите Ваш вариант ответа.

**Наименьшее значение функции**  $y = 10x - \ln(x + 10)^{10}$  **на отрезке**  $[-9,5; 0]$

**равно ...**

- 90

Укажите Ваш вариант ответа.

**Наименьшее значение функции**  $y = 3x - \ln(x + 5)^3$  **на отрезке**  $[-4,5; 0]$

**равно ...**

- 12

Укажите Ваш вариант ответа.

**Наименьшее значение функции**  $y = 5x - \ln(x + 5)^5$  **на отрезке**  $[-4,5; 0]$

**равно ...**

- 20

Укажите Ваш вариант ответа.

**Наибольшее значение функции**  $y = \ln(x + 5)^5 - 5x$  **на отрезке**  $[-4,5; 0]$

**равно ...**

20

6 задание: Асимптоты графика функции

Выберите один правильный вариант.

**Наклонной асимптотой** графика функции  $y(x) = \frac{x^3 + 4x + 2}{x^2 + x - 1}$  **является**

**прямая ...**

$y = 4x - 2$

$+ y = x - 1$

график не имеет наклонных асимптот

$y = -2x + 4$

Выберите один правильный вариант.

**Наклонной асимптотой** графика функции  $y(x) = \frac{3x^2 + x - 4}{x + 1}$  **является**

**прямая ...**

$$y = x - 4$$

$$y = -4x + 3$$

график не имеет наклонных асимптот

$$+ y = 3x - 2$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Наклонной асимптотой графика функции  $y(x) = \frac{8x^3 + 2x + 4}{2x^2 + x}$  является**

**прямая ...**

$$y = 2x + 4$$

$$+ y = 4x - 2$$

график не имеет наклонных асимптот

$$y = 8x + 1$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Наклонной асимптотой графика функции  $y(x) = \frac{4x^2 + 3x - 1}{x + 1}$  является**

**прямая ...**

$$y = -x + 4$$

$$+ y = 4x - 1$$

$$y = 4x + 3$$

график не имеет наклонных асимптот

*Выберите один правильный вариант.*

**Горизонтальной асимптотой графика функции  $y = \frac{3 + 4x}{x}$  является**

**прямая, определяемая уравнением...**

$$+ y = 4$$

$$x = 0$$

$$y = -\frac{4}{3}$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Уравнение наклонной асимптоты графика функции  $y = \frac{8x - x^2}{x + 2}$  имеет**

**вид  $y = kx + 10$ . Тогда значение  $k$  равно ...**

$$1$$

$$4$$

$$+ - 1$$

$$- 2$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Уравнение наклонной асимптоты графика функции**  $y = \frac{5x - 2x^2}{x + 1}$  **имеет вид**  $y = kx + 7$ . Тогда значение  $k$  равно ...

- 1
- 5
- 1
- + - 2

*Выберите один правильный вариант.*

**Уравнение наклонной асимптоты графика функции**  $y = \frac{7x + 3x^2}{x + 1}$  **имеет вид**  $y = kx + 4$ . Тогда значение  $k$  равно ...

- 1
- +3
- 7
- 2

*Выберите один правильный вариант.*

**Уравнение наклонной асимптоты графика функции**  $y = \frac{3x - 4x^2}{x - 1}$  **имеет вид**  $y = kx + 7$ . Тогда значение  $k$  равно ...

- 1
- 3
- 7
- + - 4

*Выберите один правильный вариант.*

**Уравнение наклонной асимптоты графика функции**  $y = \frac{x + 4x^2}{2x - 1}$  **имеет вид**  $y = kx + 5$ . Тогда значение  $k$  равно ...

- 1
- 1
- 4
- + - 4

Таблица 4– Критерии оценки сформированности компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
ИД-1ук-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.	Знает основные понятия и методы дифференциального исчисления функций одной переменной, но допускает неточности в доказательствах теоретических утверждений и выводах формул, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 65-75% обязательных заданий проверочных работ	Знает основные понятия и методы дифференциального исчисления функций одной переменной, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 76-85% обязательных заданий проверочных работ	Знает основные понятия и методы дифференциального исчисления функций одной переменной, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач и нестандартные задачи, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 86-100% обязательных заданий проверочных работ
ИД-2ук-1 Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Обладает навыками поиска информации для решения основных типов задач дифференциального исчисления функций одной	Обладает навыками самостоятельного поиска информации для решения прикладных задач методами	Обладает навыками самостоятельного поиска и критического анализа информации для решения

	переменной под руководством преподавателя	дифференциального исчисления функций одной переменной, но испытывает затруднения в ее критическом анализе	прикладных задач методами дифференциального исчисления функций одной переменной
ИД-Зук-1 Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Имеет представление о различных способах решения задач дифференциального исчисления функций одной переменной, но умеет решать основные типы задач одним из них	Умеет решать задачи дифференциального исчисления функций одной переменной различными способами, допуская незначительные ошибки, но испытывает затруднения при оценке их достоинств и недостатков	Умеет решать задачи дифференциального исчисления функций одной переменной различными способами, в том числе и нестандартными, проявляя творчество и элементы исследовательской работы, оценивает достоинства и недостатки возможных вариантов решения

### Раздел 3: Дифференциальное исчисление функции двух переменных

#### *Индивидуальное домашнее задание № 1* *«Дифференциальное исчисление функций двух переменных»*

##### *Типовые задания*

##### *Базовый уровень*

**Задание 1.** Данна функция  $u = \frac{y}{x}$ . Проверить, удовлетворяет ли она уравнению

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

**Задание 2.** Исследовать функцию  $z = x^3 + y^3 - 3xy + 5$  на экстремум.

**Задание 3.** Найти производную функции  $z = 3x^2y - x^3 - y^4$  в точке  $M(2; 5)$  по направлению в направлении вектора  $\bar{l} = (-3; 4)$ .

## *Повышенный уровень*

**Задание 6.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = 2x^3 - 6xy + 3y^2$  в замкнутой области, ограниченной осью  $Oy$ , прямой  $y = 2$  и параболой  $y = \frac{x^2}{2}$  при  $x \geq 0$ .

## *Тестирование*

### 1 задание: Функция нескольких переменных: основные понятия

Укажите Ваш вариант ответа.

**Значение функции**  $z = x^2 y - \frac{y}{x^3}$  **в точке**  $M(1; 3)$  **равно** ...

0

Укажите Ваш вариант ответа.

**Значение функции**  $z = e^{x+y} \sin x$  **в точке**  $M\left(\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$  **равно** ...

1

Укажите Ваш вариант ответа.

**Значение функции**  $z = e^{x+y} \sin y$  **в точке**  $M\left(\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$  **равно** ...

-1

Укажите Ваш вариант ответа.

**Значение функции**  $z = e^{x+y} \cos y$  **в точке**  $M\left(\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}\right)$  **равно** ...

0,5

Укажите Ваш вариант ответа.

**Значение функции**  $z = e^{x+y} \cos 2x$  **в точке**  $M\left(\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}\right)$  **равно** ...

-0,5

### 2 задание: Частные производные первого порядка функции двух переменных

Выберите один правильный вариант.

**Частная производная функции**  $z = x^4 \cos 3y$  **по переменной**  $y$  **в точке**

$M\left(1; \frac{\pi}{6}\right)$  **равна** ...

+ - 3

4

3

0

*Выберите один правильный вариант.*

**Частная производная функции  $z = x^3 \sin 6y$  по переменной  $y$  в точке**

$M\left(-1; \frac{\pi}{18}\right)$  равна ...

+ - 3

6

0

3

*Выберите один правильный вариант.*

**Частная производная функции  $z = e^{x^2+y}$  по переменной  $x$  в точке**

$M(1; 0)$  равна ...

0

$+2e$

$e^2$

$e$

*Выберите один правильный вариант.*

**Частная производная функции  $z = e^{x^3+y}$  по переменной  $x$  в точке**

$M(1; 0)$  равна ...

$+3e$

$e$

$e^2$

3

*Выберите один правильный вариант.*

**Частная производная функции  $z = e^{x^3+y}$  по переменной  $y$  в точке**

$M(0; 1)$  равна ...

$+2e$

$e$

1

$2e^2$

*Выберите один правильный вариант.*

**Частная производная  $z'_x$  функции  $z = e^{-\frac{x}{y}}$  равна ...**

$e^{-\frac{1}{y}}$

$-\frac{1}{y} \cdot e^{-\frac{x}{y}}$

$$+\frac{x}{y^2} \cdot e^{-\frac{x}{y}} \\ e^{-\frac{x}{y}}$$

Задание: Частные производные второго порядка функции двух переменных

Укажите Ваш вариант ответа.

**Частная производная**  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  **функции**  $z = 2xy^2 - 3y^3x^2 + y$  **в точке**

**$M(0; 1)$  равна ...**  
- 6

Укажите Ваш вариант ответа.

**Частная производная**  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  **функции**  $z = 3x^2y^3 - 5yx + 2x$  **в точке**  $M(1;-1)$

**равна ...**  
6

Укажите Ваш вариант ответа.

**Частная производная**  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  **функции**  $z = 3x^2y^3 - 5yx + 2x$  **в точке**  $M(0; 1)$

**равна ...**  
- 5

Укажите Ваш вариант ответа.

**Частная производная**  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  **функции**  $z = 2xy - 3y^2x^2 + y$  **в точке**  $M(0; 1)$

**равна ...**  
2

Укажите Ваш вариант ответа.

**Частная производная**  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$  **функции**  $z = 2xy^2 - 3yx^2 + y$  **в точке**

**$M(1;-1)$  равна ...**  
4

Выберите один правильный вариант.

**Частная производная второго порядка**  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  **функции**  $z = x^2y^3$  **равна ...**

$2y^3$   
 $2xy^3$

$$+ 6xy^2$$
$$2y^3 + 12xy^2 + 6x^2y$$

4 задание: Линии уровня

Выберите один правильный вариант.

**Линией уровня функции  $z = x + y$  для  $z = 1$  является ...**

- окружность
- эллипс
- гипербола
- парабола
- +прямая
- другая линия

Выберите один правильный вариант.

**Линией уровня функции  $z = x^2 + y^2$  для  $z = 4$  является ...**

- +окружность
- эллипс
- гипербола
- парабола
- прямая
- другая линия

Выберите один правильный вариант.

**Линией уровня функции  $z = x^2 - y^2$  для  $z = 4$  является ...**

- окружность
- эллипс
- +гипербола
- парабола
- прямая
- другая линия

Выберите один правильный вариант.

**Линией уровня функции  $z = x^2 + 4y^2$  для  $z = 4$  является ...**

- окружность
- +эллипс
- гипербола
- парабола
- прямая
- другая линия

Выберите один правильный вариант.

**Линией уровня функции  $z = x - y^2$  для  $z = 4$  является ...**

окружность  
эллипс  
гипербола  
+парабола  
прямая  
другая линия

5 задание: Полный дифференциал первого порядка функции двух переменных

Выберите один правильный вариант.

**Полный дифференциал первого порядка функции  $z = \ln(3x + 2y^2)$  в точке  $M(1; 2)$  имеет вид ...**

$$\frac{8}{11}dx + \frac{3}{11}dy$$

$$+\frac{3}{11}dx + \frac{8}{11}dy$$

$$\frac{1}{11}dx + \frac{1}{11}dy$$

другой ответ

Выберите один правильный вариант.

**Полный дифференциал первого порядка функции  $z = \ln(2x^2 + 4y)$  в точке  $M(2; 1)$  имеет вид ...**

$$+\frac{2}{3}dx + \frac{1}{3}dy$$

$$\frac{1}{3}dx + \frac{2}{3}dy$$

$$\frac{1}{12}dx + \frac{1}{12}dy$$

другой ответ

Выберите один правильный вариант.

**Полный дифференциал первого порядка функции  $z = \ln(3x^3 + 2y)$  в точке  $M(1; 1)$  имеет вид ...**

$$+\frac{9}{5}dx + \frac{2}{5}dy$$

$$\frac{2}{5}dx + \frac{9}{5}dy$$

$$\frac{1}{5}dx + \frac{1}{5}dy$$

другой ответ

Выберите один правильный вариант.

**Полный дифференциал первого порядка функции**  $z = \ln(x^2 + 3y^2)$  **в точке**  $M(1; 3)$  **имеет вид** ...

$$\frac{9}{14}dx + \frac{1}{14}dy$$

$$+\frac{1}{14}dx + \frac{9}{14}dy$$

$$\frac{1}{28}dx + \frac{1}{28}dy$$

другой ответ

Выберите один правильный вариант.

**Полный дифференциал первого порядка функции**  $z = \ln(4x + y^2)$  **в точке**  $M(-1; 1)$  **имеет вид** ...

$$-\frac{2}{3}dx - \frac{4}{3}dy$$

$$+-\frac{4}{3}dx - \frac{2}{3}dy$$

$$-\frac{1}{3}dx - \frac{1}{3}dy$$

другой ответ

#### 6 задание: Градиент функции нескольких переменных

Выберите один правильный вариант.

**Градиентом функции**  $z = 4x^2y^3$  **в точке**  $M(1; 2)$  **является вектор** ...

$$+ \text{grad } z(M) = 64\vec{i} + 48\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 48\vec{i} + 64\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 64\vec{i} + 64\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 48\vec{i} + 48\vec{j}$$

другой ответ

Выберите один правильный вариант.

**Градиентом функции**  $z = 2x^3y^2$  **в точке**  $M(1; 2)$  **является вектор** ...

$$\text{grad } z(M) = 8\vec{i} + 24\vec{j}$$

$$+ \text{grad } z(M) = 24\vec{i} + 8\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 24\vec{i} + 24\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 8\vec{i} + 8\vec{j}$$

другой ответ

*Выберите один правильный вариант.*

**Градиентом функции  $z = 4xy^3$  в точке  $M(2;1)$  является вектор ...**

+  $\text{grad } z(M) = 32\vec{i} + 24\vec{j}$

$\text{grad } z(M) = 24\vec{i} + 32\vec{j}$

$\text{grad } z(M) = 24\vec{i} + 24\vec{j}$

$\text{grad } z(M) = 32\vec{i} + 32\vec{j}$

другой ответ

*Выберите один правильный вариант.*

**Градиентом функции  $z = 3x^3y$  в точке  $M(2;1)$  является вектор ...**

+  $\text{grad } z(M) = 36\vec{i} + 24\vec{j}$

$\text{grad } z(M) = 24\vec{i} + 36\vec{j}$

$\text{grad } z(M) = 24\vec{i} + 24\vec{j}$

$\text{grad } z(M) = 36\vec{i} + 36\vec{j}$

другой ответ

*Выберите один правильный вариант.*

**Градиентом функции  $z = 4x^2y^2$  в точке  $M(-1;1)$  является вектор ...**

+  $\text{grad } z(M) = -8\vec{i} + 8\vec{j}$

$\text{grad } z(M) = 8\vec{i} + 8\vec{j}$

$\text{grad } z(M) = 8\vec{i} - 8\vec{j}$

$\text{grad } z(M) = -8\vec{i} - 8\vec{j}$

другой ответ

Таблица 5 – Критерии оценки сформированности компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворитель- но» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
ИД-1ук-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие,	Знает основные понятия и методы дифференциаль- но го исчисления функций	Знает основные понятия и методы дифференциаль- но го исчисления функций	Знает основные понятия и методы дифференциаль- но го исчисления

	<p>осуществляет декомпозицию задачи.</p> <p>нескольких переменных, но допускает неточности в доказательствах теоретических утверждений и выводах формул, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 65-75% обязательных заданий проверочных работ</p>	<p>нескольких переменных, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 76-85% обязательных заданий проверочных работ</p>	<p>функций нескольких переменных, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач и нестандартные задачи, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 86-100% обязательных заданий проверочных работ</p>
ИД-2ук-1 Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Обладает навыками поиска информации для решения основных типов задач дифференциального исчисления функций нескольких переменных под руководством преподавателя	Обладает навыками самостоятельного поиска информации для решения прикладных задач методами дифференциального исчисления функций нескольких переменных, но испытывает затруднения в ее критическом анализе	Обладает навыками самостоятельного поиска и критического анализа информации для решения прикладных задач методами дифференциального исчисления функций нескольких переменных
ИД-3ук-1 Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их	Имеет представление о различных способах решения задач дифференциального исчисления	Умеет решать задачи дифференциального исчисления функций нескольких	Умеет решать задачи дифференциального исчисления функций нескольких

достоинства и недостатки	го исчисления функций нескольких переменных, но умеет решать основные типы задач одним из них	переменных различными способами, допуская незначительные ошибки, но испытывает затруднения при оценке их достоинств и недостатков	переменных различными способами, в том числе и нестандартными, проявляя творчество и элементы исследовательской работы, оценивает достоинства и недостатки возможных вариантов решения
--------------------------	---	---	--

#### **Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной**

##### **Контрольная работа № 3 «Неопределенный интеграл»**

*Типовые задания*

*Базовый уровень*

**Задание 1.** Найти неопределенные интегралы:

$$1) \int \left( \frac{4}{x^2} - \frac{1}{2} \sqrt[3]{x^5} + \frac{6}{\sqrt[3]{x}} \right) dx;$$

$$2) \int e^{x^5} x^4 dx;$$

$$3) \int (4x+1) \sin 3x dx;$$

$$4) \int \frac{2x-2}{x^2-6x+13} dx.$$

*Повышенный уровень*

**Задание 2.** Найти неопределенные интегралы:

$$1) \int \frac{3x-4}{x^3+x^2-2x} dx;$$

$$2) \int \cos^3 x \sin^4 x dx.$$

##### **Индивидуальное домашнее задание №2 «Определенный интеграл и его применение»**

*Типовые задания*

*Базовый уровень*

**Задание 1.** Вычислить определенный интеграл  $\int_0^{\sqrt{3}} x \sqrt[3]{1+x^2} dx$ .

**Задание 2.** Вычислить определенный интеграл  $\int_2^3 x \ln(x-1) dx$ .

**Задание 3.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x^2 - x - 2$  и  $y = -x^2 + x - 1$ . Построить фигуру.

**Задание 4.** Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, расположенной в первом квадранте и ограниченной параболой  $y = 8x^2$ , прямой  $y = -6x + 14$  и осью  $Ox$ . Сделать рисунок фигуры вращения.

*Повышенный уровень*

**Задание 5.** Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t \\ y = (t^2 - 2) \cos t - 2t \sin t \end{cases}$ ,

где  $0 \leq t \leq \pi$ .

**Задание 6.** Стоимость перевозки 1 т груза на 1 км (тариф перевозки) задается функцией  $f(x) = \frac{10}{x+2}$  (ден. ед/км). Определить затраты на перевозку 1 т груза на расстояние 20 км.

### **Тестирование**

*Типовые задания:*

#### 1 задание: Первообразная

*Выберите один правильный вариант.*

**Множество первообразных функций  $f(x) = \cos 3x$  имеет вид ...**

$$3\sin 3x + C$$

$$-\frac{1}{3}\sin 3x + C$$

$$3\sin x + C$$

$$+\frac{1}{3}\sin 3x + C$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Множество первообразных функций  $f(x) = \cos 6x$  имеет вид ...**

$$\sin 6x + C$$

$$6\sin 6x + C$$

$$+\frac{1}{6}\sin 6x + C$$

$$-\frac{1}{6}\sin 6x + C$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Множество первообразных функции**  $f(x) = \cos \frac{x}{4}$  **имеет вид ...**

$$+ 4 \sin \frac{x}{4} + C$$

$$- 4 \sin \frac{x}{4} + C$$

$$\frac{1}{4} \sin \frac{x}{4} + C$$

$$4 \sin \frac{x}{4} + C$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Множество первообразных функции**  $f(x) = \sin \frac{x}{2}$  **имеет вид ...**

$$2 \cos \frac{x}{2} + C$$

$$+ - 2 \cos \frac{x}{2} + C$$

$$\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + C$$

$$- \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + C$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Множество первообразных функции**  $f(x) = \sin \frac{x}{5}$  **имеет вид ...**

$$5 \cos \frac{x}{5} + C$$

$$+ - 5 \cos \frac{x}{5} + C$$

$$\frac{1}{5} \cos \frac{x}{5} + C$$

$$- \frac{1}{5} \cos \frac{x}{5} + C$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Множество первообразных функции**  $f(x) = e^{2x}$  **имеет вид ...**

$$-\frac{1}{2} e^{2x} + C$$

$$2e^{2x} + C$$

$$e^{2x} + C$$

$$+ \frac{1}{2} e^{2x} + C$$

2 задание: Неопределенный интеграл: основные методы интегрирования

Выберите один правильный вариант.

Интеграл  $\int \frac{dt}{\sqrt{t^2 + 3}}$  равен ...

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \left| \frac{t + \sqrt{3}}{t - \sqrt{3}} \right| + C$$

$$+ \ln \left| t + \sqrt{t^2 + 3} \right| + C +$$

$$\ln \left| 3 + \sqrt{t + 3} \right| + C$$

$$\arctg \frac{t}{\sqrt{3}} + C$$

Выберите один правильный вариант.

Интеграл  $\int \frac{dt}{t^2 + 2}$  равен ...

$$+ \frac{1}{\sqrt{2}} \arctg \frac{t}{\sqrt{2}} + C$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{t + \sqrt{2}}{t - \sqrt{2}} \right| + C$$

$$\frac{1}{2} \arctg \frac{t}{2} + C$$

$$\arcsin \frac{t}{\sqrt{2}} + C$$

Выберите один правильный вариант.

Интеграл  $\int \frac{x^2}{\sqrt{9 + x^3}} dx$  равен ...

$$+ \frac{2}{3} \sqrt{9 + x^3} + C$$

$$\sqrt{9 + x^3} + C$$

$$\ln(9 + x^3) + C$$

$$\frac{1}{3\sqrt{9 + x^3}} + C$$

Выберите один правильный вариант.

Интеграл  $\int \frac{e^{2x}}{4 + e^{2x}} dx$  равен ...

$$+ \frac{1}{2} \ln(4 + e^{2x}) + C$$

$$\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{2} + C$$

$$\frac{1}{4} \ln \left| \frac{e^x - 2}{e^x + 2} \right| + C$$

$$- \frac{1}{(4 + e^{2x})^2} + C$$

Выберите один правильный вариант.

Интеграл  $\int \frac{e^x}{4 + e^{2x}} dx$  равен ...

$$+ \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{2} + C$$

$$\ln(2 + e^{2x}) + C$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{e^x - \sqrt{2}}{e^x + \sqrt{2}} \right| + C$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{\sqrt{2}} + C$$

Выберите один правильный вариант.

Множество первообразных функции  $f(x) = xe^{2x}$  равно ...

$$+ \frac{1}{2} xe^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + C$$

$$\frac{x^2}{4} \cdot e^{2x} + C$$

$$xe^{2x} - e^{2x} + C$$

$$\frac{1}{2} xe^{2x} + \frac{1}{4} e^{2x} + C$$

### Задание: Свойства определенного интеграла

Выберите один правильный вариант.

Если  $\int_{-1}^0 f(x) dx = 3$  и  $\int_0^1 f(x) dx = -1$ , то интеграл  $\int_{-1}^1 2f(x) dx$  равен ...

- 4
- 8
- +4
- 2

*Выберите один правильный вариант.*

**Ненулевая функция  $y = f(x)$  является нечетной на отрезке  $[-4; 4]$ . Тогда**

$$\int_{-4}^4 f(x)dx \text{ равен ...}$$

$$2 \int_0^4 f(x)dx$$

$$\frac{1}{8} \int_0^1 f(x)dx$$

$$8 \int_0^1 f(x)dx$$

+0

*Выберите один правильный вариант.*

**Ненулевая функция  $y = f(x)$  является нечетной на отрезке  $[-9; 9]$ . Тогда**

$$\int_{-9}^9 f(x)dx \text{ равен ...}$$

$$18 \int_0^1 f(x)dx$$

$$2 \int_0^9 f(x)dx$$

$$\frac{1}{18} \int_0^1 f(x)dx$$

+0

*Выберите один правильный вариант.*

**Ненулевая функция  $y = f(x)$  является нечетной на отрезке  $[-12; 12]$ . Тогда**

$$\int_{-12}^{12} f(x)dx \text{ равен ...}$$

+0

$$\frac{1}{24} \int_0^1 f(x)dx$$

$$2 \int_0^{12} f(x) dx$$

$$24 \int_0^1 f(x) dx$$

Выберите один правильный вариант.

Если  $f(x) \geq 0$  на  $[a; c]$  и  $a < b < c$ , то  $\int_a^b f(x) dx$  может быть равен ...

$$\int_a^c f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

$$+ \int_a^c f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$$

$$\int_c^a f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$$

$$\int_c^a f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

4 задание: Вычисление определенного интеграла

Выберите один правильный вариант.

Определенный интеграл  $\int_{-2}^{-1} \left( 4x^3 + \frac{1}{x^2} \right) dx$  равен ...

14,5

+ - 14,5

- 15,5

- 34,5

Выберите один правильный вариант.

Значение определенного интеграла  $\int_1^2 \frac{e^x}{x^2} dx$  равно ...

$e^2 - e$

$+ e - \sqrt{e}$

$e - e^2$

$\sqrt{e} - e$

Выберите один правильный вариант.

**Значение определенного интеграла**  $\int_1^2 \frac{x dx}{x^2 + 3}$  **равно...**

$$\ln \frac{2}{\sqrt{7}}$$

$$-\frac{3}{28}$$

$$-\frac{5}{28}$$

$$+\frac{1}{2} \ln \frac{7}{4}$$

Выберите один правильный вариант.

**Значение определенного интеграла**  $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x \sqrt{1 + \ln x}}$  **равно...**

$$6$$

$$0$$

$$1$$

$$+2$$

Выберите один правильный вариант.

**Значение определенного интеграла**  $\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg}^2 x dx}{1+x^2}$  **равно ...**

$$\frac{\pi^2}{16}$$

$$+\frac{\pi^3}{192}$$

$$-\frac{\pi^2}{16}$$

$$-\frac{\pi^3}{192}$$

Выберите один правильный вариант.

**Определенный интеграл**  $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos 4x dx$  **равен ...**

$$-\frac{1}{4}$$

$$-4$$

$$0$$

$$+\frac{1}{4}$$

Выберите один правильный вариант.

Определенный интеграл  $\int_1^e \frac{\ln^3 x}{x} dx$  равен ...

- $-\frac{1}{4}$
- $+\frac{1}{4}$
- $4$
- $\frac{1}{4}(e^4 - 1)$

Выберите один правильный вариант.

Определенный интеграл  $\int_0^1 xe^x dx$  равен ...

- $\frac{e}{2}$
- $-1$
- $+1$
- $2e+1$

Выберите один правильный вариант.

В определенном интеграле  $\int_0^{16} \frac{dx}{3 + \sqrt{x}}$  введена новая переменная  $t = \sqrt{x}$ . Тогда интеграл примет вид ...

- $\int_0^4 \frac{dt}{3 + t}$
- $\int_0^{16} \frac{2tdt}{3 + t}$
- $+\int_0^4 \frac{2tdt}{3 + t}$
- $\int_0^4 \frac{tdt}{3 + t}$

Выберите один правильный вариант.

Определенный интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$  равен ...

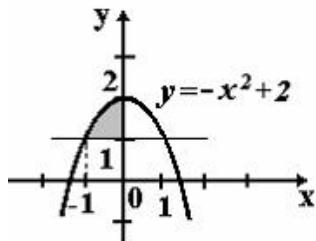
- $+\frac{\pi}{2} - 1$
- $\frac{\pi}{2}$

0  
 $\pi$

5 задание: Применение определенного интеграла к вычислению площадей

Выберите один правильный вариант.

Площадь фигуры, изображенной на рисунке, определяется интегралом ...



$$\int_{-1}^0 (-x^2 + 2) dx$$

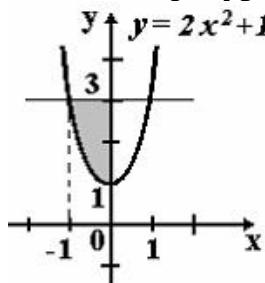
$$\int_0^2 (2 - x^2) dx$$

$$+ \int_{-1}^0 (-x^2 + 1) dx$$

$$\int_{-1}^0 (x^2 - 1) dx$$

Выберите один правильный вариант.

Площадь фигуры, изображенной на рисунке, определяется интегралом ...



$$+ \int_{-1}^0 (2 - 2x^2) dx$$

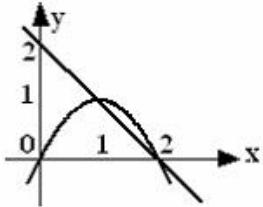
$$\int_{-1}^0 (2x^2 - 2) dx$$

$$\int_0^3 (3 - 2x^2) dx$$

$$\int_{-1}^0 (2x^2 + 1) dx$$

Выберите один правильный вариант.

**Площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = 2x - x^2$  и прямой  $x + y = 2$ , вычисляется с помощью интеграла ...**



$$\int_1^2 (-x^2 + x + 2)dx$$

$$+ \int_1^2 (-x^2 + 3x - 2)dx$$

$$\int_1^2 (x^2 - x - 2)dx$$

$$\int_1^2 (x^2 - 3x + 2)dx$$

Выберите один правильный вариант.

**Площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 3x^2$ ,  $x = 1$ , вычисляется с помощью определенного интеграла ...**

$$\int_0^1 (x^2 - 3x^2)dx$$

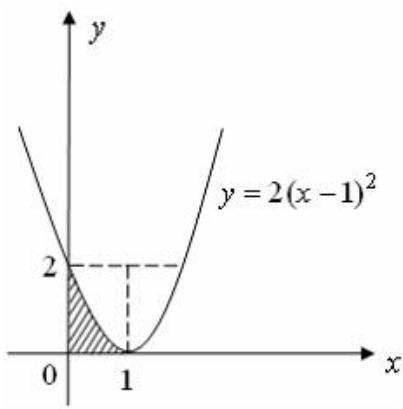
$$\int_0^1 x^2 dx$$

$$\int_0^1 3x^2 dx$$

$$+ \int_0^1 (3x^2 - x^2)dx$$

Выберите один правильный вариант.

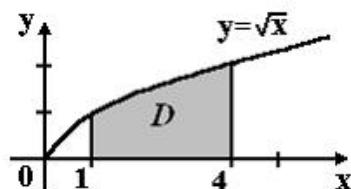
**Площадь фигуры, изображенной на рисунке, определяется интегралом ...**



$$\begin{aligned}
 & -\int_0^2 \left( \sqrt{\frac{y}{2}} + 1 \right) dy \\
 & + \int_0^2 \left( -\sqrt{\frac{y}{2}} + 1 \right) dy \\
 & \int_0^1 \left( \sqrt{\frac{y}{2}} + 1 \right) dy \\
 & \int_0^2 \sqrt{\frac{y}{2}} dy
 \end{aligned}$$

Выберите один правильный вариант.

**Площадь криволинейной трапеции  $D$**



равна ...

$$\frac{10}{3}$$

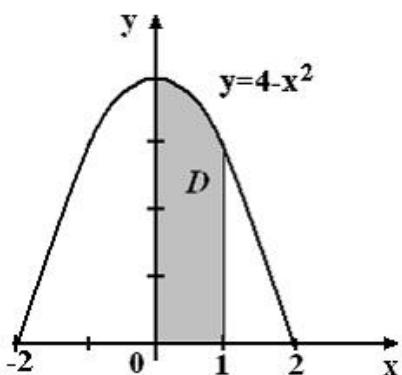
$$\frac{8}{3}$$

$$+\frac{14}{3}$$

$$\frac{11}{3}$$

Выберите один правильный вариант.

**Площадь криволинейной трапеции  $D$**



равна ...

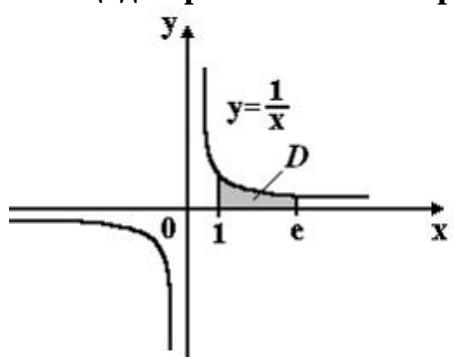
$$\frac{10}{3}$$

$$\frac{8}{3}$$

$$\frac{14}{3}$$

$$\frac{11}{3}$$

Выберите один правильный вариант.  
Площадь криволинейной трапеции D



равна ...

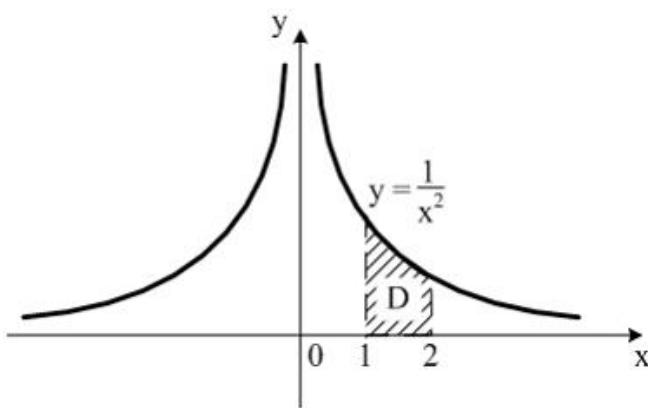
$$2e$$

$$+1$$

$$e$$

$$2$$

Выберите один правильный вариант.  
Площадь криволинейной трапеции D

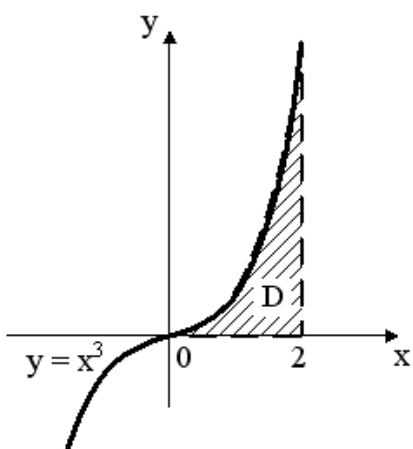


равна ...

- 1
- 4
- + $\frac{1}{2}$
- 1
- 2

Выберите один правильный вариант.

**Площадь криволинейной трапеции  $D$**

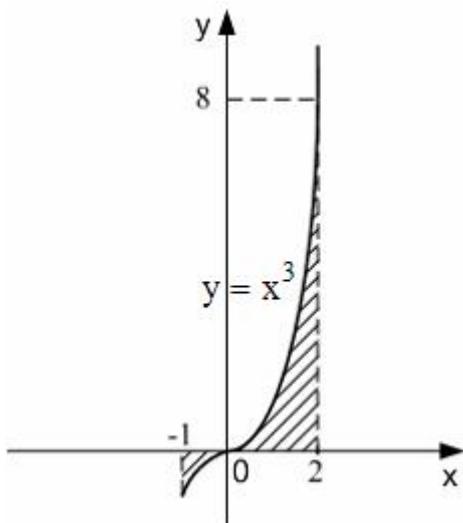


равна ...

- 3
- 1
- +4
- 2

Выберите один правильный вариант.

**Площадь фигуры, изображенной на рисунке**

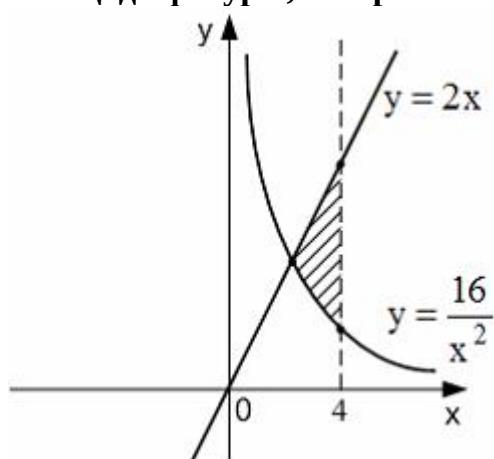


равна ...

- +4,25
- 15
- 3,25
- 4

Выберите один правильный вариант.

**Площадь фигуры, изображенной на рисунке**



равна ...

- 4
- 3
- 16
- +8

### 6 задание Несобственные интегралы

Выберите несколько правильных вариантов.

**Сходящимися являются несобственные интегралы ...**

$$+\int\limits_1^{+\infty} \frac{5}{x^2} dx \text{ (50%)}$$

$$+\int\limits_1^{+\infty} x^{-\frac{3}{2}} dx \text{ (50%)}$$

$$\int\limits_1^{+\infty} x^{\frac{3}{5}} dx$$

$$\int\limits_1^{+\infty} x^{\frac{2}{3}} dx$$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Сходящимися являются несобственные интегралы ...**

$$\int\limits_1^{+\infty} x^{\frac{2}{3}} dx$$

$$+ \int\limits_1^{+\infty} x^{-3} dx \text{ (50%)}$$

$$\int\limits_1^{+\infty} x^{\frac{1}{3}} dx$$

$$+ \int\limits_1^{+\infty} x^{\frac{-3}{2}} dx \text{ (50%)}$$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Сходящимися являются несобственные интегралы ...**

$$\int\limits_1^{+\infty} x^{\frac{2}{3}} dx$$

$$+ \int\limits_1^{+\infty} x^{\frac{-4}{3}} dx \text{ (50%)}$$

$$+ \int\limits_1^{+\infty} x^{\frac{-7}{3}} dx \text{ (50%)}$$

$$\int\limits_1^{+\infty} x^{\frac{1}{3}} dx$$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Сходящимися являются несобственные интегралы ...**

$$+ \int\limits_1^{+\infty} x^{-5} dx \text{ (50%)}$$

$$\int\limits_1^{+\infty} x^{\frac{1}{5}} dx$$

$$+ \int\limits_1^{+\infty} x^{-3} dx \text{ (50%)}$$

$$\int\limits_1^{+\infty} x^{\frac{-1}{3}} dx$$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Сходящимися являются несобственные интегралы ...**

$$+\int_1^{+\infty} x^{-\frac{5}{3}} dx \text{ (50%)}$$

$$+\int_1^{+\infty} x^{-\frac{8}{3}} dx \text{ (50%)}$$

$$\int_1^{+\infty} x^{-\frac{3}{8}} dx$$

$$\int_1^{+\infty} x^{-\frac{3}{5}} dx$$

Таблица 6– Критерии оценки сформированности компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне		на повышенном уровне
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
ИД-1ук-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.	Знает основные понятия и методы интегрального исчисления функций одной переменной, но допускает неточности в доказательствах теоретических утверждений и выводах формул, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 65-75%	Знает основные понятия и методы интегрального исчисления функций одной переменной, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 76-85% обязательных заданий	Знает основные понятия и методы интегрального исчисления функций одной переменной, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач и нестандартные задачи, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи;

	обязательных заданий проверочных работ	проверочных работ	выполняет не менее 86-100% обязательных заданий проверочных работ
ИД-2ук-1 Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Обладает навыками поиска информации для решения основных типов задач интегрального исчисления функций одной переменной под руководством преподавателя	Обладает навыками самостоятельного поиска информации для решения прикладных задач методами интегрального исчисления функций одной переменной, но испытывает затруднения в ее критическом анализе	Обладает навыками самостоятельного поиска и критического анализа информации для решения прикладных задач методами интегрального исчисления функций одной переменной
ИД-3ук-1 Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Имеет представление о различных способах решения задач интегрального исчисления функций одной переменной, но умеет решать основные типы задач одним из них	Умеет решать задачи интегрального исчисления функций одной переменной различными способами, допуская незначительные ошибки, но испытывает затруднения при оценке их достоинств и недостатков	Умеет решать задачи интегрального исчисления функций одной переменной различными способами, в том числе и нестандартными, проявляя творчество и элементы исследовательской работы, оценивает достоинства и недостатки возможных вариантов решения

## Раздел 5. Дифференциальные уравнения

### Индивидуальное домашнее задание № 3 «Дифференциальные уравнения»

*Типовые задания*

*Базовый уровень*

**Задание 1.** Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

**Задание 2.** Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения  $(xy + y^2)dx - x^2dy = 0$ .

**Задание 3.** Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения  $x^2y' - 5xy - 1 = 0$ .

*Повышенный уровень*

**Задание 4.** Найти частное решение дифференциального уравнения  $y'' = \frac{1}{x^2} - \frac{y'}{x}$ , если  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 2$ .

**Задание 5.** Решить дифференциальное уравнение  $y'' + 2y' = x^2 + 2x - 1$ .

**Задание 6.** Рост объема реализованной продукции некоторой отрасли в условиях конкурентного рынка имеет вид  $y' = mlp(y)y$ , где  $y(t)$  – объем продукции, реализованной к моменту времени  $t$ ,  $p(y) = (5 + 3e^{-y})y^{-1}$  – уравнение кривой спроса, то есть зависимости цены  $p$  реализованной продукции от ее объема  $y$ ,  $m = 0,6$  – норма инвестиций ( $m = \frac{I(t)}{Y(t)}$ , где  $Y(t)$  – доход к моменту времени  $t$ ,  $I(t)$  – величина инвестиций к моменту времени  $t$ ),  $\frac{1}{l} = 2,5$  – норма акселерации  $\left(\frac{1}{l} = \frac{I(t)}{y'(t)}\right)$ . Найдите зависимость  $y = y(t)$  объема реализованной продукции от времени, если известно, что  $y(0) = 1$ .

### Тестирование

*Типовые задания*

#### 1 задание: Типы дифференциальных уравнений

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Среди перечисленных дифференциальных уравнений уравнениями первого порядка являются ...**

$$+ 2x^2y' - y^2 + 3y - 11 = 0 \text{ (50 %)}$$

$$2x \frac{d^2y}{dx^2} + xy \frac{dy}{dx} + 11 = 0$$

$$y \frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + y^2 = y$$

$$+ x^2 \frac{dz}{dx} - y \frac{dz}{dy} = 0 \text{ (50 %)}$$

Выберите несколько правильных вариантов.

Среди перечисленных дифференциальных уравнений уравнениями первого порядка являются ...

$$x \frac{d^2y}{dx^2} + y \frac{dy}{dx} - 2xy^2 = 8x$$

$$y \frac{d^2y}{dx^2} + 9y \frac{dy}{dx} + xy = 0$$

$$+ x^3y' + 4x^2y - 3x + 1 = 0 \text{ (50 %)}$$

$$+ xy \frac{dz}{dx} + 5x^2y \frac{dz}{dy} = 0 \text{ (50 %)}$$

Выберите несколько правильных вариантов.

Среди перечисленных дифференциальных уравнений уравнениями второго порядка являются ...

$$x^2y' - 5xy^2 + x - y = 0$$

$$x^2 \frac{dz}{dx} + 3y \frac{dz}{dy} = 0$$

$$+ x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2y \frac{dy}{dx} - xy = x \text{ (50 %)}$$

$$+ x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - xy^2 \frac{dy}{dx} + 4xy = 0 \text{ (50 %)}$$

Выберите несколько правильных вариантов.

Среди перечисленных дифференциальных уравнений уравнениями второго порядка являются ...

$$xy \frac{dz}{dx} + 5y^2 \frac{dz}{dy} = 0$$

$$x^2y' + 2y - 15x + 3 = 0$$

$$+ xy \frac{d^2y}{dx^2} + y \frac{dy}{dx} + 3y = 7x \text{ (50 %)}$$

$$+ y \frac{d^2y}{dx^2} + 4y \frac{dy}{dx} + 12x = 0 \text{ (50 %)}$$

*Выберите несколько правильных вариантов.  
Из данных дифференциальных уравнений уравнениями с разделяющимися переменными являются ...*

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y^3}{x^3}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} + 1$$

$$+\frac{dy}{dx} - y^2 = y^2 e^x \text{ (50 %)}$$

$$+ y \frac{dy}{dx} + 2x^4 y = 0 \text{ (50 %)}$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Уравнение  $y' - \frac{y}{x} = x^3 e^x$  является ...**

дифференциальным уравнением третьего порядка

однородным дифференциальным уравнением первого порядка

+линейным дифференциальным уравнением первого порядка

дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными

*Выберите один правильный вариант.*

**Однородным дифференциальным уравнением первого порядка является ...**

$$+ y' = \frac{x^2 - 2xy}{y^2}$$

$$y' + 3y + 2x^2 = 0$$

$$3x^2 dy + \sqrt{x^2 - y^2} dx = 0$$

$$y'' + 3y' + 2y = 0$$

2 задание: Задача Коши для дифференциальных уравнений первого порядка

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Если  $y(x)$  — решение уравнения  $y' = e^{x-y}$ , удовлетворяющее условию  $y(0) = 0$ , тогда  $y(4)$  равно ...**

4

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Если  $y(x)$  — решение уравнения  $y' = \frac{y}{x-1}$ , удовлетворяющее условию  $y(2) = 1$ , тогда  $y(1)$  равно ...**

0

Укажите Ваш вариант ответа.

**Если  $y(x)$  — решение уравнения  $y' = \cos 2x \cdot y$ , удовлетворяющее условию  $y(0) = 1$ , тогда  $y(3\pi)$  равно ...**

1

Укажите Ваш вариант ответа.

**Если  $y(x)$  — решение уравнения  $y' = \frac{y-1}{x}$ , удовлетворяющее условию  $y(2) = 3$ , тогда  $y(1)$  равно ...**

2

Укажите Ваш вариант ответа.

**Если  $y(x)$  — решение уравнения  $y' = \sin 2x \cdot y$ , удовлетворяющее условию  $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ , тогда  $y\left(\frac{3\pi}{4}\right)$  равно ...**

1

Выберите один правильный вариант.

**Функция  $y = \frac{a}{x^3}$  будет частным решением задачи Коши:  $y' + b \frac{y}{x} = 0$ ,**  
 $y(-2) = 2$  при ...

$a = -16, b = -3$

$a = -8, b = 1,5$

$+a = -16, b = 3$

$a = -2, b = 2$

Выберите один правильный вариант.

**Решение задачи Коши  $y' + \frac{y}{x} = x$ ,  $y(1) = \frac{4}{3}$  имеет вид ...**

$$y = \frac{x^2}{3} - \frac{1}{x}$$

$$y = x^2 + \frac{1}{3}x$$

$$+y = \frac{x^2}{3} + \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{x^2}{3} + \frac{C}{x}$$

Выберите один правильный вариант.

**Решение задачи Коши**  $y' + 2ytgx = 0$ ,  $y(0) = 3$  имеет вид ...

$$+ y = 3\cos^2 x$$

$$y = \ln \cos^2 x + 3$$

$$y = C \cos^2 x$$

$$y = 3 + \sin^2 x$$

Выберите один правильный вариант.

**Функция**  $y = kx^4 + 7x$  является решением дифференциального уравнения

$y' - \frac{y}{x} = 2x^3$ . Тогда значение  $k$  равно ...

$$\frac{2}{}$$

$$+\frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{2}$$

Задание: Дифференциальные уравнения первого порядка

Выберите один правильный вариант.

**Общий интеграл дифференциального уравнения**  $\frac{dy}{y} = \sin x dx$  имеет вид ...

$$\ln y = \cos x + C$$

$$\frac{1}{y^2} = \cos x + C$$

$$\frac{1}{y^2} = -\cos x + C$$

$$+\ln y = -\cos x + C$$

Выберите один правильный вариант.

**Общий интеграл дифференциального уравнения**  $y dy = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$  имеет вид ...

$$y^2 = \arcsin x + C$$

$$y^2 = \arccos x + C$$

$$\frac{y^2}{2} = \arccos x + C$$

$$+\frac{y^2}{2} = \arcsin x + C$$

Выберите один правильный вариант.

**Общий интеграл дифференциального уравнения**  $e^y dy = \frac{dx}{x}$  **имеет вид ...**

$$+e^y = \ln|x| + C$$

$$y = \ln|x| + C$$

$$e^y = -\frac{1}{x^2} + C$$

$$e^y = x + C$$

Выберите один правильный вариант.

**Дано дифференциальное уравнение**  $y' = (k-1)x^2$ , **тогда функция**

$y = \frac{2}{3}x^3$  **является его решением при k равном ...**

2

+1

3

0

Выберите один правильный вариант.

**Дано дифференциальное уравнение**  $y' = (2k+1)x^3$ , **тогда функция**

$y = \frac{3}{4}x^4 - 1$  **является его решением при k равном ...**

4

3

0

+1

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их общими интегралами.**

1. $y' - 8x^7y = 0$	3. $\ln y  = 3x^2 + C$ (33,3%)
2. $y' - 6x^5y = 0$	1. $\ln y  = 6x^2 + C$
3. $y' = 6xy$	2. $\ln y  = x^6 + C$ (33,3%)
	1. $\ln y  = x^8 + C$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их общими интегралами.**

1. $y' - 9x^8y = 0$	3. $\ln y  = \frac{7}{2}x^2 + C$ (33,3%)
2. $y' - 7x^6y = 0$	$\ln y  = 7x^2 + C$
3. $y' = 7xy$	2. $\ln y  = x^7 + C$ (33,3%)
	1. $\ln y  = x^9 + C$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их общими интегралами.**

1. $y' - 11x^{10}y = 0$	3. $\ln y  = \frac{3}{2}x^2 + C$ (33,3%)
2. $y' - 3x^2y = 0$	$\ln y  = 3x^2 + C$
3. $y' = 3xy$	2. $\ln y  = x^3 + C$ (33,3%)
	1. $\ln y  = x^{11} + C$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их общими интегралами.**

1. $y' - 6x^5y = 0$	3. $\ln y  = 2x^2 + C$ (33,3%)
2. $y' - 4x^3y = 0$	$\ln y  = 4x^2 + C$
3. $y' = 4xy$	2. $\ln y  = x^4 + C$ (33,3%)
	1. $\ln y  = x^6 + C$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их общими интегралами.**

1. $y' - 14x^{13}y = 0$	3. $\ln y  = 7x^2 + C$ (33,3%)
2. $y' - 7x^6y = 0$	$\ln y  = 14x^2 + C$
3. $y' = 14xy$	2. $\ln y  = x^7 + C$ $\ln y  = x^7 + C$ (33,3%)
	1. $\ln y  = x^{14} + C$ (33,3%)

Выберите один правильный вариант.

**Общее решение дифференциального уравнения  $yx dx + (1 + x^2)dy = 0$  при  $y \neq 0$  имеет вид ...**

$$+ y = \frac{C}{1+x^2}, \quad C \neq 0$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$y = C\sqrt{1+x^2}, \quad C \neq 0$$

$$y = \frac{C}{\sqrt{1+x^2}}, \quad C \neq 0$$

Выберите один правильный вариант.

**Общее решение дифференциального уравнения  $xy' - y = x^2 \cos 2x$  имеет вид**

...

$$y = (C + \sin 2x)x$$

$$y = \frac{x}{2} \sin 2x$$

$$y = \frac{x}{2} \sin 2x + C$$

$$+ y = \left( C + \frac{1}{2} \sin 2x \right) x$$

Выберите один правильный вариант.

**Общее решение дифференциального уравнения  $y' + 2 \frac{y}{x} = \frac{\operatorname{tg} x}{x^2}$  имеет вид ...**

$$y = -\frac{\ln|\cos x|}{x^2}$$

$$y = \frac{C + \ln|\cos x|}{x^2}$$

$$y = C - \frac{\ln|\cos x|}{x^2}$$

$$+ y = \frac{C - \ln|\cos x|}{x^2}$$

4 задание: Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

Соотнесите элементы двух списков.

Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:

1. $4y'' + 3y' - 2y = 0$	3. $4k^2 + k = 0$ (33,3%)
2. $4y'' + 3y' = 0$	$4k^2 + 3 = 0$
3. $4y'' + y' = 0$	2. $4k^2 + 3k = 0$ (33,3%)
	$k^2 + 2k = 0$
	1. $4k^2 + 3k - 2 = 0$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:**

1. $4y'' - 3y' - 2y = 0$	2. $4k^2 - 3k = 0$ (33,3%)
2. $4y'' - 3y' = 0$	$-3k^2 + 4 = 0$
3. $-3y'' + 4y' = 0$	$4k^2 - k = 0$
	1. $4k^2 - 3k - 2 = 0$ (33,3%)
	3. $-3k^2 + 4k = 0$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:**

1. $8y'' + 7y' - 6y = 0$	2. $8k^2 + 7k = 0$ (33,3%)
2. $8y'' + 7y' = 0$	$8k^2 - 6 = 0$
3. $8y'' - 6y' = 0$	3. $8k^2 - 6k = 0$ (33,3%)
	$7k^2 - 6k = 0$
	1. $8k^2 + 7k - 6 = 0$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:**

1. $9y'' + 6y' - 2y = 0$	$6k^2 - 2k = 0$
2. $9y'' - 2y' = 0$	2. $9k^2 - 2k = 0$ (33,3%)
3. $9y'' + 6y' = 0$	$9k^2 - 2 = 0$
	3. $9k^2 + 6k = 0$ (33,3%)
	1. $9k^2 + 6k - 2 = 0$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:**

1. $y'' + 2y' - 3y = 0$	2. $k^2 + k = 0 \text{ (33,3%)}$
2. $y'' + y' = 0$	3. $k^2 - 3k = 0 \text{ (33,3%)}$
3. $y'' - 3y' = 0$	$k^2 + 2k = 0$
	$k^2 - 3 = 0$
	1. $k^2 + 2k - 3 = 0 \text{ (33,3%)}$

Выберите один правильный вариант.

**Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка  $y'' - 4y' + 4y = 0$  имеет вид ...**

$$y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{4x}$$

$$y = C_1 + C_2 e^{2x}$$

$$+ y = e^{2x}(C_1 + C_2 x)$$

$$y = e^{-2x}(C_1 + C_2 x)$$

5 задание: Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и общим видом его частного решения:**

1. $y'' + 3y' + 3y = 4 + 4x$	2. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1 x)x \text{ (33,3%)}$
2. $y'' + 3y' = 4 + 4x$	3. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1 x)x^2 \text{ (33,3%)}$
3. $y'' - 2 = 2 + 4x$	$y(x)_{\text{частное}} = C_0 + C_1 x^2$
	1. $y(x)_{\text{частное}} = C_0 + C_1 x \text{ (33,3%)}$
	$y(x)_{\text{частное}} = C_0 x$

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и общим видом его частного решения:**

1. $y'' + 5y' + 4y = 5 + 4x$	1. $y(x)_{\text{частное}} = C_0 + C_1 x \text{ (33,3%)}$
2. $y'' + 5y = 4 + 5x$	2. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1 x)x \text{ (33,3%)}$
3. $y'' - 2 = 2 + 5x$	$y(x)_{\text{частное}} = C_0 + C_1 x^2$
	$y(x)_{\text{частное}} = C_0 x$
	3. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1 x)x^2 \text{ (33,3%)}$

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и общим видом его частного решения:**

1. $y'' - 4y' + 3y = 1 + 4x + 3x^2$	2. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x + C_2x^2)x \quad (33,3\%)$
2. $y'' - 4y' = 1 + 4x + 3x^2$	3. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x + C_2x^2)x^2 \quad (33,3\%)$
3. $y'' + 2 = 3 + 4x + 3x^2$	$y(x)_{\text{частное}} = C_0x + C_1x^2$
	$y(x)_{\text{частное}} = (C_0x + C_1x^2)x$
	1. $y(x)_{\text{частное}} = C_0 + C_1x + C_2x^2 \quad (33,3\%)$

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и общим видом его частного решения:**

1. $y'' + 2y' + 2y = 5 + 5x + 2x^2$	3. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x + C_2x^2)x^2 \quad (33,3\%)$
2. $y'' + 2y' = 5 + 5x + 2x^2$	$y(x)_{\text{частное}} = C_0x + C_1x^2$
3. $y'' - 2 = 3 + 5x + 2x^2$	2. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x + C_2x^2)x \quad (33,3\%)$
	$y(x)_{\text{частное}} = (C_0x + C_1x^2)x$
	1. $y(x)_{\text{частное}} = C_0 + C_1x + C_2x^2 \quad (33,3\%)$

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и общим видом его частного решения:**

1. $y'' + 2y' + 2y = 5 - 5x - 2x^2$	$y(x)_{\text{частное}} = (C_0x - C_1x^2)x$
2. $y'' + 2y' = 5 - 5x - 2x^2$	1. $y(x)_{\text{частное}} = C_0 + C_1x + C_2x^2 \quad (33,3\%)$
3. $y'' - 2 = 3 - 5x + 2x^2$	2. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x + C_2x^2)x \quad (33,3\%)$
	3. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x + C_2x^2)x^2 \quad (33,3\%)$
	$y(x)_{\text{частное}} = C_0x - C_1x^2$

6 задание: Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка

Выберите один правильный вариант.

**Общее решение дифференциального уравнения  $y'' = e^{3x} + 5$  имеет вид ...**

$$+ y = \frac{1}{9}e^{3x} + \frac{5}{2}x^2 + C_1x + C_2$$

$$y = \frac{1}{3}e^{3x} + 5x + C$$

$$y = e^{3x} + x^2 + C_1 x + C_2$$

$$y = \frac{1}{9}e^{3x} + \frac{5}{2}x^2 + x$$

Выберите один правильный вариант.

**Общее решение дифференциального уравнения  $xy'' - y' = 0$  при  $y \neq 0$  имеет**

**вид ...**

$$y = \frac{x^2}{2}$$

$$y + Cx, \quad C \neq 0$$

$$y = C_1 \ln|x| + C_2, \quad C_1 \neq 0, \quad C_2 \neq 0$$

$$+ y = C_1 \frac{x^2}{2} + C_2, \quad C_1 \neq 0, \quad C_2 \neq 0$$

Выберите один правильный вариант.

**Общее решение дифференциального уравнения  $y''' = x + 3$  имеет вид ...**

$$+ y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2 x + C_3$$

$$y = x^4 + x^3 + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$$

$$y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + C$$

$$y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2 x + C_3$$

Выберите один правильный вариант.

**Общее решение дифференциального уравнения  $y''' = 12x + 8$  имеет вид ...**

$$y = \frac{1}{2}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + C$$

$$y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2 x + C_3$$

$$y = x^4 + x^3 + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$$

$$+ y = \frac{1}{2}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2 x + C_3$$

Выберите один правильный вариант.

**Общее решение дифференциального уравнения  $y''' = \cos 7x$  имеет вид ...**

$$y = -\frac{1}{343} \sin 7x + C$$

$$+ y = -\frac{1}{343} \sin 7x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2 x + C_3$$

$$y = -\sin 7x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

$$y = \frac{1}{343}\sin 7x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Общее решение дифференциального уравнения  $y''' = \sin 2x$  имеет вид ...**

$$+y = \frac{1}{8}\cos 2x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

$$y = \frac{1}{8}\cos 2x + C$$

$$y = -\frac{1}{8}\cos 2x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

$$y = \cos 2x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Общее решение дифференциального уравнения  $y''' = \sin 3x$  имеет вид ...**

$$y = \cos 3x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

$$+y = \frac{1}{27}\cos 3x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

$$y = \frac{1}{27}\cos 3x + C$$

$$y = -\frac{1}{27}\cos 3x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

Таблица 7 – Критерии оценки сформированности компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
ИД-1ук-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет	Знает основные понятия о дифференциальных уравнениях и методы их решения, но	Знает основные понятия о дифференциальных уравнениях и методы их решения, умеет	Знает основные понятия о дифференциальных уравнениях и методы их решения, умеет

декомпозицию задачи.	допускает неточности в доказательствах теоретических утверждений и выводах формул, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 65-75% обязательных заданий проверочных работ	доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 76-85% обязательных заданий проверочных работ	доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач и нестандартные задачи, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 86-100% обязательных заданий проверочных работ
ИД-2ук-1 Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Обладает навыками поиска информации для решения основных типов дифференциальных уравнений под руководством преподавателя	Обладает навыками самостоятельного поиска информации для решения прикладных задач с помощью дифференциальных уравнений, но испытывает затруднения в ее критическом анализе	Обладает навыками самостоятельного поиска и критического анализа информации для решения прикладных задач с помощью дифференциальных уравнений
ИД-3ук-1 Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Имеет представление о способе решения прикладных задач с помощью дифференциальных уравнений, но испытывает трудности при их решении	Умеет решать прикладные задачи с помощью дифференциальных уравнений, но испытывает затруднения при оценке достоинств и недостатков данного метода	Умеет решать прикладные задачи с помощью дифференциальных уравнений, оценивает достоинства и недостатки данного метода

## Раздел 6. Ряды

### Тестирование

Типовые задания

#### 1 задание: Числовые последовательности

Укажите Ваш вариант ответа.

**Третий член  $a_3$  числовой последовательности  $a_n = \frac{3 \cdot 2^{2n-1}}{2n}$  равен ...**

16

Укажите Ваш вариант ответа.

**Третий член  $a_3$  числовой последовательности  $a_n = \frac{2^{2n} - 1}{2n + 1}$  равен ...**

9

Укажите Ваш вариант ответа.

**Второй член  $a_2$  числовой последовательности  $a_n = \frac{3^{2n-1}}{4n+1}$  равен ...**

2

Укажите Ваш вариант ответа.

**Третий член  $a_3$  числовой последовательности  $a_n = \frac{4^{n-1}}{3n-1}$  равен ...**

2

Укажите Ваш вариант ответа.

**Четвертый член  $a_4$  числовой последовательности  $a_n = \frac{2^{n-1}}{2n}$  равен ...**

1

Выберите один правильный вариант.

**Общий член числовой последовательности  $a_{n+1} = a_n + 10$  и  $a_3 = -2$ . Тогда  $a_1$  равно ...**

- 2
- + - 22
- 12
- 1

Выберите один правильный вариант.

**Общий член числовой последовательности  $-\frac{1}{4}, \frac{5}{16}, -\frac{9}{64}, \frac{13}{256}, \dots$  имеет**

**вид ...**

$$\begin{aligned} & \frac{(-1)^n(4n+1)}{4^n} \\ & \frac{(-1)^n(4n+1)}{4n} \\ & \frac{(-1)^{n+1}(4n-3)}{4^n} \\ & + \frac{(-1)^n(4n-3)}{4^n} \end{aligned}$$

*Выберите один правильный вариант.*

**Если формула  $n$ -ого члена числовой последовательности имеет вид**

$$c_n = \frac{(-1)^{n+1} n!}{2^n}, \text{ то } c_4 \text{ равно ...}$$

0,25

4

1,5

+ - 1,5

### 2 задание: Виды рядов

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между рядами и их названиями.**

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)!}$	1. степенной (33,3%)
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \sin n}{n^2}$	2. знакочередующийся (33,3%)
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n + 2}$	3. знакоположительный (33,3%)

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между рядами и их названиями.**

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{7+n}$	2. степенной (33,3%)
2. $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \cdot 9^n$	3. знакочередующийся (33,3%)
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{\sqrt[3]{n+4}}$	1. знакоположительный (33,3%)

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между рядами и их названиями.**

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{3\sqrt{n} + 5}$	2. степенной (33,3%)
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+6)^n}{n+2}$	1. знакочередующийся (33,3%)
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{n^2 + 6}$	3. знакоположительный (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между рядами и их названиями.**

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{\sqrt{3+4n}}$	3. степенной (33,3%)
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{(n+5)!}$	1. знакочередующийся (33,3%)
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2n-1}$	2. знакоположительный (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между рядами и их названиями.**

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x-1)^n}{6n^2}$	1. степенной (33,3%)
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{(n+3)!}$	2. знакочередующийся (33,3%)
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3+2n+n^3}$	3. знакоположительный (33,3%)

Задание: Числовые ряды с положительными членами

Выберите несколько правильных вариантов.

**Сходящимися числовыми рядами являются ...**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \text{ (50 %)}$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^4}} \text{ (50 %)}$$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Сходящимися числовыми рядами являются ...**

+  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^5}}$  (50 %)

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n^2}}$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[7]{n}}$

+  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^4}}$  (50 %)

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Сходящимися числовыми рядами являются ...**

+  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$  (50 %)

+  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}$  (50 %)

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Сходящимися числовыми рядами являются ...**

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n^2}}$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[6]{n}}$

+  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6}$  (50 %)

+  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^7}}$  (50 %)

*Выберите несколько правильных вариантов.*

**Сходящимися числовыми рядами являются ...**

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[9]{n^5}}$

+  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5}$  (50 %)

$$+\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^5}} \text{ (50 %)}$$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Необходимый признак сходимости не выполнен для рядов ...**

$$+\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{1}{n^2+1}+3\right) \text{ (50 %)}$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+4}{n^2+7} \text{ (50 %)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2+2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+3}$$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Сходящимися числовыми рядами являются ...**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \text{ (50 %)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n+5}$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n} \text{ (50 %)}$$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Сходящимися числовыми рядами являются ...**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n+2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n+6}$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n \cdot 2n} \text{ (50 %)}$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2}{2^n} \text{ (50 %)}$$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Сходящимися числовыми рядами являются ...**

$$+\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \cdot 4^n} \text{ (50 %)}$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{3^n} \text{ (50 %)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{3n}}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n+5}$$

Выберите несколько правильных вариантов.

**Сходящимися числовыми рядами являются ...**

+  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 7n}$  (50 %)

+  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2 + 5n^3}}$  (50 %)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n^2 - 5n + 2}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[7]{n+7}}$$

Выберите один правильный вариант.

**Сходящимся числовым рядом является ...**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-7}{n^2 + 6n - 1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n+10}$$

+  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \sqrt{n}}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[8]{n^3}}$$

Выберите один правильный вариант.

**Сходящимся числовым рядом является ...**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n+1} \right)^2$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3}{2} \right)^n$$

+  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}(n)$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{7}{10} \right)^{n-1}$$

Выберите один правильный вариант.

Сумма числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n$  равна ...

+3

$\frac{3}{4}$

1

$\frac{3}{16}$

4 задание: Числовые знакочередующиеся ряды

Соотнесите элементы двух списков.

Установите соответствие между знакочередующимися рядами и видами сходимости.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (n+4)$	1. расходится (33,3%)
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+3}$	2. сходится условно (33,3%)
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5^n}$	3. сходится абсолютно (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

Установите соответствие между знакочередующимися рядами и видами сходимости.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} 4^n$	1. расходится (33,3%)
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}$	3. сходится условно (33,3%)
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+3}$	2. сходится абсолютно (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

Установите соответствие между знакочередующимися рядами и видами сходимости.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$	3. расходится (33,3%)
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n-1}$	2. сходится условно (33,3%)
3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 5^n$	1. сходится абсолютно (33,3%)

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между знакочередующимися рядами и видами сходимости.**

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+2)!}$	3. расходится (33,3%)
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n-3}$	2. сходится условно (33,3%)
3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 6^n$	1. сходится абсолютно (33,3%)

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между знакочередующимися рядами и видами сходимости.**

1. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 7^n$	3. сходится условно (33,3%)
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)!}$	2. сходится абсолютно (33,3%)
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n-2}$	1. расходится (33,3%)

5 задание: Степенные ряды

Выберите один правильный вариант.

Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  равен 9, тогда интервал

сходимости имеет вид ...

- (−4,5; 4,5)
- + (−9; 9)
- (−9; 0)
- (0; 9)

Выберите один правильный вариант.

Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  равен 6, тогда интервал

сходимости имеет вид ...

- + (−6; 6)
- (0; 6)
- (−3; 3)
- (−6; 0)

*Выберите один правильный вариант.*

**Радиус сходимости степенного ряда**  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  **равен 5, тогда интервал сходимости имеет вид ...**

- (0; 5)
- (-5; 0)
- (-2,5; 2,5)
- +(-5; 5)

*Выберите один правильный вариант.*

**Радиус сходимости степенного ряда**  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  **равен 4, тогда интервал сходимости имеет вид ...**

- +(-4; 4)
- (0; 4)
- (-4; 0)
- (-2; 2)

*Выберите один правильный вариант.*

**Радиус сходимости степенного ряда**  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  **равен 12, тогда интервал сходимости имеет вид...**

- +(-12; 12)
- (-12; 0)
- (-6; 6)
- (0; 12)

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Количество целых чисел, принадлежащих интервалу сходимости степенного ряда**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{4\sqrt[4]{n+2}}$  **равно ...**

3

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Количество целых чисел, принадлежащих интервалу сходимости степенного ряда**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{5\sqrt[5]{2n^2 + 1}}$  **равно ...**

3

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Количество целых чисел, принадлежащих интервалу сходимости степенного ряда**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{2\sqrt[5]{4n^2 + 1}}$  **равно ...**

1

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Количество целых чисел, принадлежащих интервалу сходимости степенного ряда**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n x^n}{9^n \sqrt[5]{5n^2 + 1}}$  **равно ...**

*Укажите Ваш вариант ответа.*

**Количество целых чисел, принадлежащих интервалу сходимости степенного ряда**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt[7^n]{7n^2 + 1}}$  **равно ...**

*Выберите один правильный вариант.*

**Радиус сходимости степенного ряда**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{2n+1}$  равен ...

$$+\frac{1}{3}$$

3  
2

3

2

—  
3

*Выберите один правильный вариант.*

Если радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-7)^n$  равен 3, то интервал сходимости имеет вид ...

- $(-\infty; 4) \cup (10; +\infty)$
- $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$
- $(-3; 3)$
- $+(4; 10)$

*Выберите один правильный вариант.*

**Область сходимости степенного ряда**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n \cdot n^2}{4^n}$  **имеет вид ...**

$$\begin{aligned} & [-2; 6] \\ & (-2; 6] \\ & +(-2; 6) \\ & [-2; 6) \end{aligned}$$

6 задание: Разложение функций в степенные ряды

Укажите Ваш вариант ответа.

Если  $f(x) = 2x^3 - 1$ , то коэффициент  $a_4$  разложения данной функции в ряд Тейлора по степеням  $(x-1)$  равен ...

0

Укажите Ваш вариант ответа.

Если  $f(x) = 2x^3 + 1$ , то коэффициент  $a_4$  разложения данной функции в ряд Тейлора по степеням  $(x-1)$  равен ...

0

Укажите Ваш вариант ответа.

Если  $f(x) = x^3 - 3$ , то коэффициент  $a_4$  разложения данной функции в ряд по степеням  $(x-3)$  равен ...

0

Укажите Ваш вариант ответа.

Если  $f(x) = 3x^3 - 1$ , то коэффициент  $a_4$  разложения данной функции в ряд по степеням  $(x-1)$  равен ...

0

Укажите Ваш вариант ответа.

Если  $f(x) = 4x^3 - 1$ , то коэффициент  $a_4$  разложения данной функции в ряд по степеням  $(x-1)$  равен ...

0

Укажите Ваш вариант ответа.

Первый отличный от нуля коэффициент разложения функции  $y = 3 \sin x$  в ряд Тейлора по степеням  $x$  равен ...

2

Укажите Ваш вариант ответа.

Первый отличный от нуля коэффициент разложения функции  $y = e^{2x}$  в ряд Тейлора по степеням  $x$  равен ...

1

Укажите Ваш вариант ответа.

Первый отличный от нуля коэффициент разложения функции  $y = e^{-2x}$  в ряд Тейлора по степеням  $x$  равен ...

1

Укажите Ваш вариант ответа.

**Первый отличный от нуля коэффициент разложения функции**  $y = 3 \sin x$  в ряд Тейлора по степеням  $x$  равен ...

3

Укажите Ваш вариант ответа.

**Первый отличный от нуля коэффициент разложения функции**  $y = \cos 4x$  в ряд Тейлора по степеням  $x$  равен ...

1

Выберите один правильный вариант.

**Разложение в ряд Маклорена функции**  $y(x) = \cos x$  имеет вид:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{(-1)^n \cdot x^{2n}}{(2n)!} + \dots . \text{ Тогда разложением в ряд Маклорена}$$

**функции**  $y(x) = \cos 2x$  является ...

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \dots + \frac{(-1)^n \cdot x^{2n}}{(2n)!} + \dots \\ & + 1 - 2x^2 + \frac{2x^4}{3} + \dots + \frac{(-1)^n \cdot 4^n \cdot x^{2n}}{(2n)!} + \dots \\ & 2 - x^2 + \frac{x^4}{12} + \dots + \frac{(-1)^n \cdot 2x^{2n}}{(2n)!} + \dots \\ & 1 - x^2 + 4x^4 + \dots + \frac{(-1)^n \cdot 4^{n-1} \cdot x^{2n}}{n!} + \dots \end{aligned}$$

Таблица 8 – Критерии оценки сформированности компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
ИД-1ук-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.	Знает основные понятия о числовых и степенных рядах и методы их исследования, но допускает неточности в	Знает основные понятия о числовых и степенных рядах и методы их исследования, умеет доказывать теоретические	Знает основные понятия о числовых и степенных рядах и методы их исследования, умеет доказывать теоретические

	доказательствах теоретических утверждений и выводах формул, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 65-75% обязательных заданий проверочных работ	утверждении и выводить формулы, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 76-85% обязательных заданий проверочных работ	утверждении и выводить формулы, умеет решать основные типы задач и нестандартные задачи, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 86-100% обязательных заданий проверочных работ
--	---	---	---

## 2 ОЦЕНИВАНИЕ ПИСЬМЕННЫХ РАБОТ СТУДЕНТОВ, РЕГЛАМЕНТИРУЕМЫХ УЧЕБНЫМ ПЛАНОМ

*Расчетно-графическая работа №1 «Исследование функций одной переменной т построение графиков»*

Таблица 9 – Формируемые компетенции (или их части)

Код и наименование компетенции (указанные в РПД)	Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Оценочные материалы и средства
УК-1  Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1ук-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.  ИД-2ук-1 Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.  ИД-3ук-1 Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	РГР №1  Защита РГР №1 (письменный опрос)

Таблица 10 – Критерии оценки расчетно-графической работы

Оцениваемый компонент знаний и умений при защите РГР	Максимальный балл для каждого оцениваемого компонента
Компонент 1 (ИД-1ук-1). Знание математических понятий и формул дифференциального исчисления функций одной переменной, на основе которых решены задачи путем их анализа, выделения базовых составляющих и осуществления декомпозиции задач	5
Компонент 2 (ИД-Зук-1). Знание методов решения базовых задач на исследование функций одной переменной с помощью производной и построение графиков и умение их применять к решению задач	17
Компонент 3 (ИД-1ук-1, ИД-2ук-1, ИД-Зук-1). Знание математических понятий, формул, методов решения задач на исследование функций одной переменной с помощью производной и построение графиков, умение их применять для решения задач прикладного содержания и задач повышенного уровня сложности, для решения которых необходим поиск и критический анализ дополнительной информации	3
Максимальный балл за выполнение и защиту РГР	25

Таблица 11 – Критерии оценки сформированности компетенций по расчетно-графической работе

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
ИД-1ук-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляя декомпозицию задач. ИД-2ук-1 Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
	Оцениваемые компоненты №1, №2 сформированы, но существуют замечания к умению доказывать теоретические утверждения, выводить формулы. Умения использовать знание основных математических понятий и методов демонстрируются на базовом уровне. Имеются замечания	Оцениваемые компоненты №1, №2, №3 сформированы, практически нет замечаний к умению доказывать теоретические утверждения, выводить формулы. Умения использовать знание основных математических понятий и методов демонстрируются на базовом уровне.	Оцениваемые компоненты №1, №2, №3 сформированы, нет замечаний к умению доказывать теоретические утверждения, выводить формулы. Умения использовать знание основных математических понятий и методов демонстрируются как на базовом, так и на повышенном

<p><b>ИД-Зук-1</b></p> <p>Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p>к полноте и обоснованности решений. Задачи прикладного характера и повышенного уровня сложности вызывают затруднения, они могут отсутствовать в работе.</p>	<p>Отсутствуют замечания к полноте и обоснованности их решений.</p> <p>Демонстрируется умение решать задачи прикладного характера и повышенного уровня сложности, но при их решении могут быть допущены незначительные ошибки.</p>	<p>уровнях сложности.</p> <p>Отсутствуют замечания к полноте и обоснованности решений.</p> <p>Демонстрируется умение решать задачи прикладного характера и владение навыками содержательной интерпретации полученных результатов.</p>
--	--	--	---

### **3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

Форма промежуточной аттестации по дисциплине экзамен.

#### **ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕРКИ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ**

##### **Код и наименование компетенции**

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

##### **Задания закрытого типа**

**Выберите один правильный вариант ответа:**

1. Наклонной асимптотой графика функции  $y(x) = \frac{3x^2 + x - 4}{x + 1}$  является

прямая ...

$$y = x - 4$$

$$y = -4x + 3$$

$$y = 3x - 4$$

$$+ y = 3x - 2$$

2. Ненулевая функция  $y = f(x)$  является нечетной на отрезке  $[-4; 4]$ . Тогда

$$\int_{-4}^{4} f(x) dx \text{ равен ...}$$

$$2 \int_0^4 f(x) dx$$

$$\frac{1}{8} \int_0^1 f(x) dx$$

$$8 \int_0^1 f(x) dx$$

+0

3. Общий интеграл дифференциального уравнения  $\frac{dy}{y} = \sin x dx$  имеет вид

...

$$+ \ln y = -\cos x + C$$

$$\ln y = \cos x + C$$

$$\frac{1}{y^2} = \cos x + C$$

$$\frac{1}{y^2} = -\cos x + C$$

**Выберите несколько правильных вариантов ответа:**

4. Бесконечно-малой функцией при  $x \rightarrow 0$  является ...

$$+ f(x) = \ln(x+1)$$

$$f(x) = \frac{x+3}{x-7}$$

$$+ f(x) = \sin x$$

$$f(x) = \frac{6}{x}$$

**Установите соответствие**

5. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:

1. $4y'' + 3y' - 2y = 0$	a. $4k^2 + k = 0$
2. $4y'' + 3y = 0$	б. $4k^2 + 3 = 0$
3. $4y'' + y' = 0$	в. $4k^2 + 3k = 0$
	г. $k^2 + 2k = 0$
	д. $4k^2 + 3k - 2 = 0$

*Правильный ответ: 1-д; 2-б; 3-а*

**Задания открытого типа**

**Практико-ориентированное задание**

6. Тело совершает прямолинейное движение по закону  $s = 3e^{-2t}$  (м). Найдите ускорение (в м/с<sup>2</sup>) движения тела в момент времени  $t = 0$  с. (Единицы измерения писать не надо.)

*Решение:*

Если закон движения тела  $s = s(t)$ , то ускорение тела в момент времени  $t = t_0$  равно значению производной второго порядка в точке  $t_0$ , т.е.  $a(t_0) = s''(t_0)$ .

$$s'(t) = (3e^{-2t})' = 3e^{-2t}(-2t)' = 3e^{-2t}(-2) = -6e^{-2t}.$$

$$s''(t) = (-6e^{-2t})' = -6e^{-2t}(-2t)' = -6e^{-2t}(-2) = 12e^{-2t}.$$

$$a(0) = 12e^0 = 12 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

*Правильный ответ:* 12

**Дайте развернутый ответ на вопрос:**

7. Определение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ . Физический и геометрический смыслы производной.

*Правильный ответ:*

Производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю, т. е.  $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ .

Если функция  $y = f(x)$  описывает какой-либо физический процесс, то производная  $f'(x)$  есть скорость протекания этого процесса. В этом состоит физический смысл производной.

Производная  $f'(x)$  в точке  $x$  равна угловому коэффициенту касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке, абсцисса которой равна  $x$ . В этом заключается геометрический смысл производной.

**Дайте правильный вариант ответа.**

8. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 9x + 20}{x^2 - 7x + 12}$  равно ...

*Правильный ответ:* -1

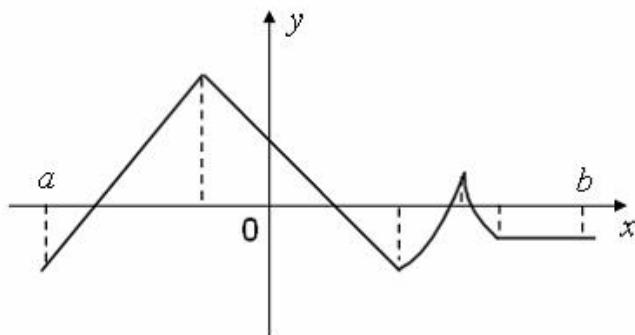
9. Количество точек разрыва функции  $y = \frac{x-2}{e^x(x^2-1)}$  равно ...

*Правильный ответ:* 2

10. Значение производной функции  $y = \frac{2x+3}{e^{2x}}$  в точке  $x = 0$  равно ... (Ответ дайте в виде целого числа или конечной десятичной дроби.)

*Правильный ответ:* -4

11. Функция задана графически:



Количество точек, принадлежащих интервалу  $(a, b)$ , в которых не существует производная этой функции, равно ...

*Правильный ответ:* 4

12. Значение производной второго порядка функции  $y = 2 \sin 3x - 5x$  в точке  $x = \frac{\pi}{6}$  равно ... (Ответ дайте в виде целого числа или конечной десятичной дроби.)

*Правильный ответ:* -18

13. Производная непрерывной функции имеет вид  $f'(x) = x^2(x^2 + 4x + 4)(x - 1)$ . Тогда количество точек экстремума функции  $y = f(x)$  равно ...

*Правильный ответ:* 1

14. Производная непрерывной функции имеет вид  $f'(x) = x^3 - 12x$ . Тогда количество точек перегиба графика функции  $y = f(x)$  равно ...

*Правильный ответ:* 2

15. Уравнение наклонной асимптоты графика функции  $y = \frac{8x - x^2}{x + 2}$  имеет вид  $y = kx + 10$ . Тогда значение  $k$  равно ... (Ответ дайте в виде целого числа или конечной десятичной дроби.)

*Правильный ответ:* -1

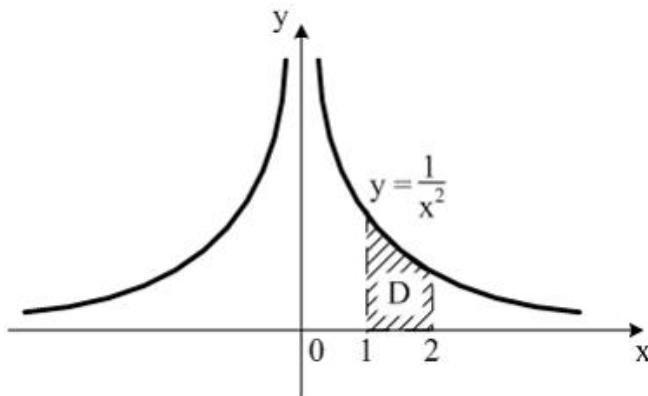
16. Частная производная функции  $z = x^4 \cos 3y$  по переменной  $y$  в точке  $M\left(1; \frac{\pi}{6}\right)$  равна ... (Ответ дайте в виде целого числа или конечной десятичной дроби.)

*Правильный ответ:* -3

17. Определенный интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos 4x dx$  равен ... (Ответ дайте в виде целого числа или конечной десятичной дроби.)

*Правильный ответ:* 0,25

18. Площадь криволинейной трапеции  $D$



равна ... (Ответ дайте в виде целого числа или конечной десятичной дроби.)

*Правильный ответ:* 0,5

19. Дано дифференциальное уравнение  $y' = (2k+1)x^3$ . Тогда функция  $y = \frac{3}{4}x^4 - 1$  является его решением при  $k$ , равном ... (Ответ дайте в виде целого числа или конечной десятичной дроби.)

*Правильный ответ:* 1

20. Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{4^n}$  равен ... (Ответ дайте в виде целого числа или конечной десятичной дроби.)

*Правильный ответ:* 4

Окончательные результаты обучения (формирования компетенций) определяются посредством перевода баллов, набранных студентом в процессе освоения дисциплины, в оценки:

– базовый уровень сформированности компетенции считается достигнутым если результат обучения соответствует оценке «удовлетворительно» (50 до 64 рейтинговых баллов);

– повышенный уровень сформированности компетенции считается достигнутым, если результат обучения соответствует оценкам «хорошо» (65-85 рейтинговых баллов) и «отлично» (86-100 рейтинговых баллов).

## **4 ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ПОВТОРНОЙ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

Форма промежуточной аттестации по дисциплине экзамен.

Повторная промежуточная аттестация по дисциплине проводится с использованием заданий для оценки сформированности компетенций на базовом уровне по всем модулям, входящим в структуру дисциплины за семестр, по итогам которого студент имеет академическую задолженность.

Таблица 12 – Критерии оценки сформированности компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)
	на базовом уровне
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла
ИД-1ук-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.	Демонстрирует знания основных понятий и методов математического анализа (функции, предела функции, дифференциального и интегрального исчислений функций одной переменной, дифференциального исчисления функций нескольких переменных, теории дифференциальных уравнений, теории числовых и степенных рядов). Умеет решать основные типы задач математического анализа на базовом уровне, осуществляя анализ и декомпозицию задач.
ИД-2ук-1 Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Обладает навыками поиска математической информации под руководством преподавателя, но испытывает затруднения при ее критическом анализе
ИД-3ук-1 Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	Имеет представление о различных способах и вариантах решения базовых математических задач (если они предполагают несколько способов решения), но демонстрирует умение их решения одним из способов, при этом испытывает затруднения при оценке достоинств и недостатков применяемого варианта решения.