

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Волхонов Михаил Станиславович

Должность: Врио ректора

Дата подписания: 10.10.2023 15:39:21

Уникальный программный ключ:

b2dc75470204bc2bfc58d577a1b983ee233ea27559d45aa8c272df0610c6c81

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«КОСТРОМСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

УТВЕРЖДАЮ  
декан инженерно-технологического  
факультета

22 мая 2023 года

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**  
Математика

Направление подготовки/Специальность	<u>23.03.03 Эксплуатация транспортно- технологических машин и комплексов</u>
Направленность (профиль)	<u>«Автомобили и автомобильное хозяйство»</u>
Квалификация выпускника	<u>бакалавр</u>
Форма обучения	<u>очная</u>
Срок освоения ОПОП ВО	<u>4 года</u>

Караваяево 2023

Фонд оценочных средств предназначен для оценивания сформированности компетенций по дисциплине «Математика».

Разработчик:

доцент кафедры высшей математики Рыбина Л.Б.

Утвержден на заседании кафедры высшей математики, протокол № 9 от 20 апреля 2023 года.

Заведующий кафедрой

Головина Л.Ю.

Согласовано:

Председатель методической комиссии инженерно-технологического факультета

Петрюк И.П.

протокол № 5 от 16 мая 2023 года.

### Паспорт фонда оценочных средств

Таблица 1 – Паспорт фонда оценочных средств

Разделы дисциплины	Формируемые компетенции или их части	Оценочные материалы и средства	Количество
Раздел №1. Линейная и векторная алгебра	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	РГР №1	4
		Защита РГР №1	44
		Тестирование	50
Раздел №2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве		Контрольная работа №1	6
		ИДЗ №1	3
		Тестирование	50
Раздел №3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной		Контрольная работа №2	7
		РГР №2	5
		Защита РГР №2	32
		Тестирование	50
Раздел №4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Контрольная работа №3	5	
	Тестирование	20	
Раздел №5. Интегральное исчисление функций одной переменной	Контрольная работа №4	6	
	ИДЗ №2	7	
	Тестирование	70	
Раздел №6. Дифференциальные уравнения	РГР №3	9	
	Защита РГР №3	34	
	Тестирование	30	
Раздел №7. Теория вероятностей	Контрольная работа №5	6	
	Тестирование	50	
Раздел №8. Основы математической статистики	ИДЗ №3	2	
	Тестирование	40	

# 1 ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ И НАВЫКОВ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 2 – Формируемые компетенции

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Оценочные материалы и средства
<b>Раздел №1. Линейная и векторная алгебра</b>		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи. ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	РГР Защита РГР Тестирование
<b>Раздел №2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве</b>		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи. ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	Контрольная работа ИДЗ Тестирование
<b>Раздел №3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи. ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	Контрольная работа РГР Защита РГР Тестирование
<b>Раздел №4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</b>		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи. ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	Контрольная работа Тестирование

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Оценочные материалы и средства
Раздел №5. Интегральное исчисление функций одной переменной		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи. ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	Контрольная работа ИДЗ Тестирование
Раздел №6. Дифференциальные уравнения		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи. ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	РГР Защита РГР Тестирование
Раздел №7. Теория вероятностей		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи. ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки. ИД-5 <sub>УК-1</sub> Определяет и оценивает последствия возможных решений задачи	Контрольная работа Тестирование
Модуль 8. Основы математической статистики		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи. ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки. ИД-5 <sub>УК-1</sub> Определяет и оценивает последствия возможных решений задачи	ИДЗ Тестирование

# Оценочные материалы и средства для проверки сформированности компетенций

## Раздел №1. Линейная и векторная алгебра

### Расчетно-графическая работа №1 «Элементы линейной и векторной алгебры»

*Типовые задания*

*Базовый уровень*

**Задание № 1.**

Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Найдите

матрицу  $D = 3BA + CB$ .

**Задание № 2.**

Решить систему линейных уравнений 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$$

1) по правилу Крамера, при этом два определителя вычислить по правилу треугольников, один — разложением по элементам любой строки, один — разложением по элементам любого столбца;

2) матричным методом, при этом сделать проверку правильности нахождения обратной матрицы;

3) методом Гаусса.

**Задание № 3.**

Даны координаты вершин пирамиды  $A(3; -1; 2)$ ,  $B(4; -1; -1)$ ,  $C(2; 0; 2)$ ,  $D(1; 2; 4)$ :

Найти:

1) координаты векторов  $\vec{a} = \overline{AB}$ ,  $\vec{b} = \overline{AC}$ ,  $\vec{c} = \overline{AD}$ , записать их разложение по базису  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$ ;

2) модуль вектора  $\vec{d} = 3\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$  и его направляющие косинусы;

3) косинус угла  $BAC$ ;

4) площадь треугольника  $ABC$ ;

5) объем пирамиды  $ABCD$ .

*Повышенный уровень*

**Задание № 4.** Решить систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - 10x_2 - 3x_3 - x_4 = 33, \\ 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 = -4, \\ 8x_1 - x_3 + 9x_4 = 23, \\ 5x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 3 \end{cases} \quad \text{методом Гаусса.}$$

## **Защита расчетно-графической работы №1 «Элементы линейной и векторной алгебры»**

*Типовые задания*

### **Теоретические вопросы:**

*Базовый уровень*

1. Определение определителей 2-ого и 3-его порядков. Свойства определителей.
2. Определения минора и алгебраического дополнения элемента определителя.
3. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
4. Понятие матрицы. Виды матриц.
5. Действия над матрицами.
6. Определение обратной матрицы. План нахождения обратной матрицы.
7. Решение систем линейных уравнений матричным методом.
8. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
9. Определение координат вектора, их геометрический смысл. Нахождение координат вектора по координатам его начала и конца.
10. Нахождение модуля вектора и направляющих косинусов вектора по его координатам.
11. Линейные операции над векторами в геометрической и координатной формах.
12. Определение и свойства скалярного произведения векторов. Условие перпендикулярности двух векторов.
13. Нахождение скалярного произведения векторов через их координаты.
14. Применение скалярного произведения для нахождения угла между векторами.
15. Определение и свойства векторного произведения векторов.
16. Определение коллинеарных векторов. Условие коллинеарности векторов.
17. Нахождение векторного произведения векторов через их координаты.

18. Применение векторного произведения векторов для: а) установления коллинеарности векторов; б) вычисления площадей параллелограмма и треугольника.

19. Определение и свойства смешанного произведения векторов.

20. Определение компланарных векторов. Условие компланарности векторов.

21. Нахождение смешанного произведения векторов через их координаты.

22. Применение смешанного произведения для: а) установления компланарности векторов; б) вычисления объемов.

### *Повышенный уровень*

23. Физические приложения скалярного произведения векторов.

24. Физические приложения векторного произведения векторов.

25. Приведите примеры применения методов линейной алгебры для решения инженерных задач.

26. Приведите примеры применения методов векторной алгебры для решения инженерных задач.

### **Задачи:**

#### *Базовый уровень*

№ 1. Выполните действия:

$$1) \begin{pmatrix} 4 & -7 \\ 8 & 5 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 7 \\ 5 & 3 & -5 \end{pmatrix} - E, \quad \text{где } E \text{ — единичная матрица}$$

соответствующей размерности.

$$2) A \cdot A - 3B + E, \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -5 \\ -2 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -4 & 7 & 5 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad E \text{ —}$$

единичная матрица.

$$\text{№ 2. Решите систему линейных уравнений } \begin{cases} 7x + 4y + 3z = 2, \\ 2x + 3y + 4z = -5, \\ x + 5y - 2z = -13 \end{cases}$$

1) по правилу Крамера;

2) с помощью обратной матрицы;

3) методом Гаусса.

№ 3. Даны векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k}$  и  $\vec{b} = 6\vec{i} - 8\vec{j} + \vec{k}$ . Найдите координаты вектора  $\vec{c} = 5\vec{a} - 2\vec{b}$ .

№ 4. Найдите координаты и длину вектора  $\overline{AB}$ , если  $A(3; -6; 4)$ ,  $B(-4; 0; 3)$ .

№ 5. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если длина вектора  $\vec{a}$  равна 5, длина вектора  $\vec{b}$  равна 4, а угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $60^\circ$ .

№ 6. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ , если  $A(3; -6; 4)$ ,  $B(-4; 0; 3)$ ,  $C(5; -1; 4)$ .

№ 7. Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $\vec{a} = (5; -2; 8)$  и  $\vec{b} = (4; 1; -1)$ .

№ 8. Найдите значение  $\lambda$ , при котором векторы  $\vec{a} = (5; -2; \lambda)$  и  $\vec{b} = (4; \lambda; -3)$  перпендикулярны.

№ 9. Найдите векторное произведение векторов  $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k}$  и  $\vec{b} = 6\vec{i} - 8\vec{j} + \vec{k}$ .

№ 10. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = (5; -2; 8)$  и  $\vec{b} = (4; 1; -1)$ .

№ 11. Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $A(3; -6; 4)$ ,  $B(-4; 0; 3)$ ,  $C(5; -1; 4)$ .

№ 12. Найдите значения  $\lambda$  и  $\beta$ , при которых векторы  $\vec{a} = (5; -2; \lambda)$  и  $\vec{b} = (4; \beta; -3)$  коллинеарны.

№ 13. Найдите смешанное произведение векторов  $\vec{a} = (5; -2; 8)$ ,  $\vec{b} = (-3; 4; -5)$ ,  $\vec{c} = (0; 1; 2)$ .

№ 14. Найдите объем пирамиды  $ABCD$  если  $A(3; -6; 4)$ ,  $B(-4; 0; 3)$ ,  $C(5; -1; 4)$ ,  $D(2; 1; -1)$ .

№ 15. Выясните, лежат ли точки  $A(1; 2; 1)$ ,  $B(-1; 5; 1)$ ,  $C(-1; 2; 7)$ ,  $D(1; 5; 9)$  в одной плоскости.

### Повышенный уровень

№ 16. Вычислите определитель 
$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}.$$

№ 17. Найти равнодействующую двух сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , модули которых равны  $|\vec{F}_1| = 5$  и  $|\vec{F}_2| = 7$ , угол между ними равен  $60^\circ$ . Определите также углы  $\alpha$  и  $\beta$ , образуемые равнодействующей с силами  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ .

№ 18. Дана сила  $\vec{F} = (3, 4, -2)$  и точка ее приложения  $A(2, -1, 3)$ . Найти момент силы относительно начала координат и углы, составляемые им с координатными осями.

## Письменное тестирование

### I задание: Вычисление определителей

Выберите несколько правильных вариантов ответа.

**Формула вычисления определителя третьего порядка**

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix} \text{ содержит следующие произведения ...}$$

$$+bfg \text{ (50 \%)}$$

$$cdk$$

$$adf$$

$$+aek \text{ (50 \%)}$$

Выберите несколько правильных вариантов ответа.

**Формула вычисления определителя третьего порядка**

$$\begin{vmatrix} m & n & p \\ q & r & s \\ t & u & v \end{vmatrix} \text{ содержит следующие произведения ...}$$

$$+pqu \text{ (50 \%)}$$

$$pqs$$

$$+prt \text{ (50 \%)}$$

$$pnt$$

Выберите несколько правильных вариантов ответа.

**Формула вычисления определителя третьего порядка**

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ k & l & m \\ n & o & p \end{vmatrix} \text{ содержит следующие произведения ...}$$

$$+kyp \text{ (50 \%)}$$

$$xyp$$

$$xlm$$

$$+xlp \text{ (50 \%)}$$

Выберите несколько правильных вариантов ответа.

**Формула вычисления определителя третьего порядка**

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ k & l & m \\ n & o & p \end{vmatrix} \text{ содержит следующие произведения ...}$$

$$zlo$$

$$\begin{aligned}
 & zkm \\
 & + znl \text{ (50 \%)} \\
 & + zko \text{ (50 \%)}
 \end{aligned}$$

Выберите несколько правильных вариантов ответа.

**Формула вычисления определителя третьего порядка**

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ l & m & n \\ o & p & r \end{vmatrix} \text{ содержит следующие произведения ...}$$

$$\begin{aligned}
 & njl \\
 & + jlr \text{ (50 \%)} \\
 & + jno \text{ (50 \%)} \\
 & jlp
 \end{aligned}$$

2 задание: Вычисление определителей

Введите Ваш вариант ответа.

Если определитель  $\begin{vmatrix} 3 & b \\ a & -3 \end{vmatrix}$  равен  $-0,7$ , то определитель  $\begin{vmatrix} 30 & 29 & 28 \\ 0 & 3 & a \\ 0 & b & -3 \end{vmatrix}$

равен ...

$$-21$$

Введите Ваш вариант ответа.

Если определитель  $\begin{vmatrix} a & -2 \\ 4 & b \end{vmatrix}$  равен  $\frac{2}{3}$ , то определитель  $\begin{vmatrix} 0 & 0 & -6 \\ b & -2 & -7 \\ 4 & a & -8 \end{vmatrix}$

равен ...

$$-4$$

Введите Ваш вариант ответа.

Если определитель  $\begin{vmatrix} a & -7 \\ 3 & b \end{vmatrix}$  равен  $\frac{6}{5}$ , то определитель  $\begin{vmatrix} a & 24 & -7 \\ 0 & 25 & 0 \\ 3 & 26 & b \end{vmatrix}$

равен ...

$$30$$

Введите Ваш вариант ответа.

Если определитель  $\begin{vmatrix} a & b \\ -3 & 5 \end{vmatrix}$  равен 1,9, то определитель  $\begin{vmatrix} 5 & 0 & b \\ 19 & 20 & 21 \\ -3 & 0 & a \end{vmatrix}$

равен ...

38

*Введите Ваш вариант ответа.*

Если определитель  $\begin{vmatrix} a & 6 \\ b & -7 \end{vmatrix}$  равен  $\frac{1}{12}$ , то определитель  $\begin{vmatrix} a & -59 & b \\ 0 & -60 & 0 \\ 6 & -61 & -7 \end{vmatrix}$

равен ...

-5

### 3 задание: Вычисление определителей

*Выберите один правильный вариант ответа.*

Определитель  $\begin{vmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \\ k & 4 & 2 \end{vmatrix}$  равен нулю, при  $k$  равном ...

2

-3

+ -2

0

*Выберите один правильный вариант ответа.*

Определитель  $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & k \\ 4 & 0 & -2 \end{vmatrix}$  равен нулю, при  $k$  равном ...

2

+0,5

-0,5

1

*Выберите один правильный вариант ответа.*

Определитель  $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 4 \\ 2 & k & -2 \end{vmatrix}$  равен нулю, при  $k$  равном ...

0

+5,5

-5,5

1

Выберите один правильный вариант ответа.

Определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -2 \\ 1 & -3 & k \end{vmatrix}$  равен нулю, при  $k$  равном ...

- 0
- 5,5
- 5,5
- +1

Выберите один правильный вариант ответа.

Определитель  $\begin{vmatrix} 0 & 0 & -2 \\ k & 6 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$  равен нулю, при  $k$  равном ...

- 0
- +12
- 12
- +2

4 задание: Системы линейных уравнений

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между системой линейных уравнений и ее расширенной матрицей:**

1. $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 = -2, \\ -2x_1 + x_3 - 4 = 0, \\ -4x_1 + x_2 + 3 = 0 \end{cases}$	3. $\begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ (25%)
2. $\begin{cases} -4x_1 - 3x_2 + x_3 = -2, \\ -2x_1 + x_3 - 4 = 0, \\ -4x_1 + x_2 + 3 = 0 \end{cases}$	4. $\begin{pmatrix} -4 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & 4 \\ -4 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ (25%)
3. $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 2, \\ -2x_1 + x_2 - 4 = 0, \\ -4x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$	2. $\begin{pmatrix} -4 & -3 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & -4 \\ -4 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ (25%)
4. $\begin{cases} -4x_1 + x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 + x_3 - 4 = 0, \\ -4x_1 + x_2 - 3 = 0 \end{cases}$	$\begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & -4 & 0 \\ -4 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

	$\begin{pmatrix} -4 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
	1. $\begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & 1 & 4 \\ -4 & 1 & 0 & -3 \end{pmatrix} \text{ (25\%)}$

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между системой линейных уравнений и ее расширенной матрицей:**

1. $\begin{cases} -x_2 + 2x_3 - 4 = 0, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -4, \\ 2x_1 + 3x_3 - 1 = 0 \end{cases}$	2. $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ (25\%)}$
2. $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 - 1 = 0 \end{cases}$	1. $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 2 & -4 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ (25\%)}$
3. $\begin{cases} -x_1 + 2x_3 - 4 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -4, \\ 2x_2 + 3x_3 + 1 = 0 \end{cases}$	3. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & -4 \\ 0 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \text{ (25\%)}$
4. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - 4 = 0, \\ 2x_1 + x_3 = 3 \end{cases}$	4. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & -4 \\ -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ (25\%)}$
	$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & -4 \\ 2 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между системой линейных уравнений и ее расширенной матрицей:**

1. $\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ 6x_2 - x_3 - 2 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2 = 0 \end{cases}$	2. $\begin{pmatrix} -6 & 2 & 1 & 0 \\ 6 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & -1 & -2 \end{pmatrix} \text{ (25\%)}$
--	--

2. $\begin{cases} -6x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ 6x_1 - x_2 + 2 = 0, \\ 3x_2 - x_3 = -2 \end{cases}$	$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 6 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
3. $\begin{cases} -6x_1 - 2x_2 + x_3 = -3, \\ 6x_1 - x_3 - 2 = 0, \\ 3x_1 - x_3 + 2 = 0 \end{cases}$	1. $\begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 6 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ (25%)
4. $\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ -x_1 + 6x_2 + 2 = 0, \\ -x_1 + 3x_3 = 2 \end{cases}$	4. $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 6 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ (25%)
	3. $\begin{pmatrix} -6 & -2 & 1 & -3 \\ 6 & 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ (25%)
	$\begin{pmatrix} -6 & -2 & 1 & -3 \\ 6 & -1 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между системой линейных уравнений и ее расширенной матрицей:**

1. $\begin{cases} 2x_1 - x_3 + 3 = 0, \\ -x_1 + 2x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$	2. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ (25%)
2. $\begin{cases} 2x_2 - x_3 + 3 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 = 3, \\ -3x_1 + x_2 + 2 = 0 \end{cases}$	4. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ (25%)
3. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3, \\ -x_2 + 2x_3 = 3, \\ 3x_1 - 2x_3 + 2 = 0 \end{cases}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$
4. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_3 + 3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 = -2 \end{cases}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 3 \\ -3 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$
	3. $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 0 & 3 \\ -3 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ (25%)

	1. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & -3 \\ -1 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ (25%)
--	--

Соотнесите элементы двух списков.

Установите соответствие между системой линейных уравнений и ее расширенной матрицей:

1. $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ 5x_2 - 2x_3 = -3, \\ -2x_1 + x_2 - 4 = 0 \end{cases}$	$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & 5 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
2. $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - 2x_3 + 3 = 0, \\ -2x_2 + x_3 = -4 \end{cases}$	2. $\begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 & 0 \\ 5 & 0 & -2 & -3 \\ 0 & -2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ (25%)
3. $\begin{cases} -5x_1 + 3x_3 + 3 = 0, \\ 5x_1 - 2x_2 = 4, \\ -2x_1 + x_3 - 5 = 0 \end{cases}$	1. $\begin{pmatrix} 5 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 5 & -2 & -3 \\ -2 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ (25%)
4. $\begin{cases} -5x_2 + 3x_3 - 3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 = -4, \\ -2x_1 + x_2 + 5 = 0 \end{cases}$	3. $\begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 & -3 \\ 5 & -2 & 0 & 4 \\ -2 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ (25%)
	4. $\begin{pmatrix} 0 & -5 & 3 & 3 \\ 5 & 1 & -2 & -4 \\ -2 & 1 & 0 & -5 \end{pmatrix}$ (25%)
	$\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 & 0 \\ 5 & 1 & -2 & -4 \\ -2 & 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$

5 задание: Системы линейных уравнений

Соотнесите элементы двух списков.

Система линейных уравнений  $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1, \\ 4x_1 + 5x_2 = 3 \end{cases}$  решается по правилу

Крамера. Установите соответствие между определителями системы и их значениями:

1. $\Delta$	- 5
2. $\Delta_1$	2. 11 (33,3%)
3. $\Delta_2$	1. 23 (33,3%)

	3. 5 (33,3%)
--	--------------

Соотнесите элементы двух списков.

Система линейных уравнений  $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 4, \\ 5x_1 + 4x_2 = 1 \end{cases}$  решается по правилу

**Крамера. Установите соответствие между определителями системы и их значениями:**

1. $\Delta$	17
2. $\Delta_1$	2. 18 (33,3%)
3. $\Delta_2$	1. 22 (33,3%)
	3. - 17 (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

Система линейных уравнений  $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = 2, \\ 3x_1 + 4x_2 = 1 \end{cases}$  решается по правилу

**Крамера. Установите соответствие между определителями системы и их значениями:**

1. $\Delta$	3
2. $\Delta_1$	1. 27 (33,3%)
3. $\Delta_2$	2. 13 (33,3%)
	3. - 3 (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

Система линейных уравнений  $\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 = 0, \\ 3x_1 - x_2 = 3 \end{cases}$  решается по правилу

**Крамера. Установите соответствие между определителями системы и их значениями:**

1. $\Delta$	- 6
2. $\Delta_1$	3. 6 (33,3%)
3. $\Delta_2$	1. 13 (33,3%)
	2. 15 (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

Система линейных уравнений  $\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 = 4, \\ 3x_1 - 3x_2 = 7 \end{cases}$  решается по правилу

**Крамера. Установите соответствие между определителями системы и их значениями:**

1. $\Delta$	1. 9 (33,3%)
2. $\Delta_1$	2. 23 (33,3%)
3. $\Delta_2$	3. 2 (33,3%)

6 задание: Системы линейных уравнений

Выберите один правильный вариант ответа.

Если  $(x_0; y_0)$  — решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 5x - 2y = 2, \\ 3x - 4y = -3, \end{cases} \text{ тогда } x_0 - y_0 \text{ равно...}$$

- 2,5
- 0,5
- 2,5
- + - 0,5

Выберите один правильный вариант ответа.

Если  $(x_0; y_0)$  — решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x - 7y = -18, \\ 4x + 3y = 13, \end{cases} \text{ тогда } x_0 - y_0 \text{ равно...}$$

- + - 2
- 4
- 0,5
- 3

Выберите один правильный вариант ответа.

Если  $(x_0; y_0)$  — решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x + 3y = 10, \\ 4x - 5y = -24, \end{cases} \text{ тогда } x_0 - y_0 \text{ равно...}$$

- 3
- 3
- 5
- + - 5

Выберите один правильный вариант ответа.

Если  $(x_0; y_0)$  — решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 5x + 2y = -8, \\ 3x - 5y = -11, \end{cases} \text{ тогда } y_0 - x_0 \text{ равно...}$$

- 3
- +3
- 5
- 5

Выберите один правильный вариант ответа.

Если  $(x_0; y_0)$  — решение системы линейных уравнений  $\begin{cases} 2x + 7y = -3, \\ 5x - 3y = 13, \end{cases}$

тогда  $y_0 - x_0$  равно...

- +3
- 3
- 5
- 5

7 задание: Длина вектора

Введите Ваш вариант ответа.

Длина вектора  $\vec{a}(-8; 6)$  равна ...

10

Введите Ваш вариант ответа.

Длина вектора  $\vec{a}(-12; 5)$  равна ...

13

Введите Ваш вариант ответа.

Длина вектора  $\vec{a}(-15; 8)$  равна ...

17

Введите Ваш вариант ответа.

Длина вектора  $\vec{a}(-8; 15)$  равна ...

17

Введите Ваш вариант ответа.

Длина вектора  $\vec{a}(3; -4)$  равна ...

5

8 задание: Скалярное произведение векторов

Выберите один правильный вариант ответа.

Если  $\vec{a} = (1; 0; 2)$  и  $\vec{b} = (2; 3; -1)$ , тогда скалярное произведение

$\vec{a} \cdot \vec{b}$  равно ...

- 3
- +0
- 5
- 7

Выберите один правильный вариант ответа.

Если  $\vec{a} = (3; 4; -1)$  и  $\vec{b} = (1; -2; -6)$ , тогда скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  равно ...

- 0
- 2
- +1
- 3

Выберите один правильный вариант ответа.

Если  $\vec{a} = (-2; 1; -1)$  и  $\vec{b} = (1; 6; 2)$ , тогда скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  равно ...

- +2
- 6
- 24
- 18

Выберите один правильный вариант ответа.

Если  $\vec{a} = (1; 0; 2)$  и  $\vec{b} = (2; 3; -1)$ , тогда скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  равно ...

- 3
- 0
- +5
- 7

Выберите один правильный вариант ответа.

Если  $\vec{a} = (-2; 1; -1)$  и  $\vec{b} = (1; -2; -6)$ , тогда скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  равно ...

- 0
- +2
- 1
- 3

9 задание: Скалярное произведение векторов

Соотнесите элементы двух списков.

Установите соответствие между парой векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  и значением  $k$ , при котором они ортогональны:

1. $\vec{a} = (2; 1; k)$ , $\vec{b} = (3; -11; 2)$	1. $k = \frac{5}{2}$ (33,3%)
2. $\vec{a} = (1; k; 3)$ , $\vec{b} = (2; 1; 1)$	2. $k = -1$ (33,3%)
3. $\vec{a} = (1; -1; -1)$ , $\vec{b} = (k; 3; -2)$	3. $k = 1$ (33,3%)

	$k = -1$
	$k = 5$

Соотнесите элементы двух списков.

Установите соответствие между парой векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  и значением  $k$ , при котором они ортогональны:

1. $\vec{a} = (2; -1; -k)$ , $\vec{b} = (3; 11; 2)$	2. $k = -5$ (33,3%)
2. $\vec{a} = (1; k; -3)$ , $\vec{b} = (-2; -1; 1)$	3. $k = -5$ (33,3%)
3. $\vec{a} = (1; -1; -1)$ , $\vec{b} = (k; -3; 2)$	$k = \frac{5}{2}$
	1. $k = -\frac{5}{2}$ (33,3%)
	$k = 1$

Соотнесите элементы двух списков.

Установите соответствие между парой векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  и значением  $k$ , при котором они ортогональны:

1. $\vec{a} = (2; -1; 2k)$ , $\vec{b} = (3; 11; 2)$	$k = 7$
2. $\vec{a} = (1; k; -3)$ , $\vec{b} = (-2; 3; 1)$	2. $k = \frac{5}{3}$ (33,3%)
3. $\vec{a} = (-1; -1; -2)$ , $\vec{b} = (-k; -3; -2)$	1. $k = \frac{5}{4}$ (33,3%)
	$k = -\frac{5}{3}$
	3. $k = -7$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

Установите соответствие между парой векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  и значением  $k$ , при котором они ортогональны:

1. $\vec{a} = (2; -1; -2k)$ , $\vec{b} = (3; 12; 2)$	2. $k = -\frac{1}{5}$ (33,3%)
2. $\vec{a} = (1; k; -3)$ , $\vec{b} = (-2; 5; -1)$	$k = \frac{3}{2}$
3. $\vec{a} = (2; -1; -2)$ , $\vec{b} = (k; -3; -3)$	$k = \frac{1}{5}$
	3. $k = -\frac{9}{2}$ (33,3%)

	1. $k = -\frac{3}{2}$ (33,3%)
--	-------------------------------

Соотнесите элементы двух списков.

Установите соответствие между парой векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  и значением  $k$ , при котором они ортогональны:

1. $\vec{a} = (1; -4; k)$ , $\vec{b} = (3; 1; 2)$	$k = -1$
2. $\vec{a} = (1; k; 3)$ , $\vec{b} = (1; 5; -2)$	$k = \frac{15}{2}$
3. $\vec{a} = (-2; 3; 2)$ , $\vec{b} = (k; -3; -3)$	1. $k = \frac{1}{2}$ (33,3%)
	2. $k = 1$ (33,3%)
	3. $k = -\frac{15}{2}$ (33,3%)

10 задание: Векторное произведение

Выберите один правильный вариант ответа.

Векторное произведение векторов  $\vec{a} = (2; \alpha; -2)$  и  $\vec{b} = (3; 6; \beta)$  равно нулю, если...

- $+\alpha = 4; \beta = -3$
- $\alpha = 4; \beta = 3$
- $\alpha = 9; \beta = -8$
- $\alpha = -4; \beta = 3$

Выберите один правильный вариант ответа.

Векторное произведение векторов  $\vec{a} = (4; \alpha; \beta)$  и  $\vec{b} = (2; 3; 4)$  равно нулю, если...

- $\alpha = 10; \beta = 14$
- $\alpha = 0; \beta = -2$
- $\alpha = \frac{1}{6}; \beta = 8$
- $+\alpha = 6; \beta = 8$

Выберите один правильный вариант ответа.

Векторное произведение векторов  $\vec{a} = (1; \alpha; 4)$  и  $\vec{b} = (-2; 3; -\beta)$  равно нулю, если...

- $\alpha = -1,5; \beta = -8$
- $\alpha = 0; \beta = -0,5$

$$+\alpha = -1,5; \beta = 8$$

$$\alpha = 5; \beta = 8$$

Выберите один правильный вариант ответа.

**Векторное произведение векторов  $\vec{a} = (-1; 2; 5)$  и  $\vec{b} = (\alpha; 8; \beta)$  равно**

**нулю, если...**

$$\alpha = 4; \beta = 20$$

$$+\alpha = -4; \beta = 20$$

$$\alpha = -4; \beta = -20$$

$$\alpha = 4; \beta = -20$$

Выберите один правильный вариант ответа.

**Векторное произведение векторов  $\vec{a} = (\alpha; -6; -10)$  и**

**$\vec{b} = (1; -3; \beta)$  равно нулю, если...**

$$\alpha = -2; \beta = -5$$

$$+\alpha = 2; \beta = -5$$

$$\alpha = -2; \beta = 5$$

$$\alpha = 2; \beta = 5$$

Таблица 3 – Критерии оценки сформированности компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворительно» » 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.	Знает основные понятия и методы линейной и векторной алгебры, но допускает неточности в доказательствах теоретических утверждений и выводах формул, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых	Знает основные понятия и методы линейной и векторной алгебры, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя	Знает основные понятия и методы линейной и векторной алгебры, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач и нестандартные задачи, выполняя анализ задачи, выделение ее

	составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 65-75% обязательных заданий проверочных работ	декомпозицию задачи; выполняет не менее 76-85% обязательных заданий проверочных работ	базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 86-100% обязательных заданий проверочных работ
ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Обладает навыками поиска информации для решения основных типов задач линейной и векторной алгебры под руководством преподавателя	Обладает навыками самостоятельного поиска информации для решения прикладных задач методами линейной и векторной алгебры, но испытывает затруднения в ее критическом анализе	Обладает навыками самостоятельного поиска и критического анализа информации для решения прикладных задач методами линейной и векторной алгебры
ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Имеет представление о различных способах решения задач линейной и векторной алгебры, но умеет решать основные типы задач одним из них	Умеет решать задачи линейной и векторной алгебры различными способами, допуская незначительные ошибки, но испытывает затруднения при оценке их достоинств и недостатков	Умеет решать задачи линейной и векторной алгебры различными способами, в том числе и нестандартными, проявляя творчество и элементы исследовательской работы, оценивает достоинства и недостатки возможных вариантов решения

## Раздел №2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве

### Контрольная работа №1 «Аналитическая геометрия на плоскости»

*Типовые задания:*

*Базовый уровень*

#### **Задание № 1.**

Даны координаты вершин треугольника  $ABC$   $A(-3; -2)$ ,  $B(0; 10)$ ,  $C(6; 2)$ .

Найти:

- 1) длину стороны  $AB$ ;
- 2) уравнения сторон  $AB$  и  $AC$  и их угловые коэффициенты;
- 3) внутренний угол  $A$ ;
- 4) уравнение высоты  $CD$  и ее длину;
- 5) уравнение и длину медианы  $AE$ ;
- 6) уравнение окружности, для которой  $CD$  служит диаметром;
- 7) точку пересечения медиан;
- 8) уравнение прямой, проходящей через точку  $A$ , параллельно высоте  $CD$ .

#### **Задание № 2.**

Дано уравнение эллипса  $4x^2 + y^2 = 16$ . Построить эллипс. Найти полуоси, координаты вершин, фокусов, эксцентриситет.

#### **Задание № 3.**

Даны действительная полуось  $a = 2\sqrt{3}$  и эксцентриситет  $\varepsilon = \sqrt{3}$  гиперболы. Составить уравнение гиперболы. Построить гиперболу и найти координаты вершин, фокусов, уравнения асимптот гиперболы.

#### **Задание № 4.**

Дано уравнение параболы  $y^2 = -10x$ . Построить параболу и найти координаты фокуса и уравнение директрисы параболы.

*Повышенный уровень*

#### **Задание № 5.**

Через фокус параболы  $y^2 = -x$  проведена прямая под углом  $135^\circ$  к оси  $Ox$ . Найти длину образовавшейся хорды.

#### **Задание № 6.**

Доказать оптическое свойство параболы: луч света, исходящий из фокуса параболы, отразившись от нее, идет по прямой, параллельной оси этой параболы.

**Индивидуальное домашнее задание № 1 «Аналитическая геометрия в пространстве»**

*Типовые задания:*

*Базовый уровень*

**Задание № 1.**

Даны координаты точек  $A(3; -1; 2)$ ,  $B(4; -1; -1)$ ,  $C(2; 0; 2)$ ,  $D(1; 2; 4)$ .

Требуется:

- 1) написать уравнение плоскости  $ABC$ ;
- 2) написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $D$  параллельно плоскости  $ABC$ ;
- 3) написать канонические и параметрические уравнения прямой  $AB$ ;
- 4) написать канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно плоскости  $ABC$ ;
- 5) найти расстояние от точки  $D$  до плоскости  $ABC$ .

*Повышенный уровень*

**Задание №2.**

Найти проекцию точки  $A(3; -1; 2)$  на плоскость  $BCD$ .

**Задание №3.**

Найти кратчайшее расстояние от точки  $A(3; -1; 2)$  до сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ .

**Письменный тест**

1 задание: Основные задачи аналитической геометрии на плоскости:  
расстояние между точками

*Выберите один правильный вариант ответа.*

Даны точки  $A(0; 2)$ ,  $B(3; 5)$ ,  $C(3; 6)$ . Тогда периметр треугольника  $ABC$  равен ...

- $6 + \sqrt{58}$
- $+6 + 3\sqrt{2}$
- $5\sqrt{10}$
- $16 + 3\sqrt{2}$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

Даны точки  $A(-1; 3)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(0; 5)$ . Тогда периметр треугольника  $ABC$  равен ...

- $+6\sqrt{5} + \sqrt{65}$

$$26\sqrt{5} + \sqrt{65}$$

$$5\sqrt{10}$$

$$2 + \sqrt{5}$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Если длина отрезка  $AB$  равна 15, то координаты начала и конца отрезка могут быть равны соответственно ...**

$A(5; 12)$  и  $B(-7; 3)$

$A(-6; 1)$  и  $B(6; 10)$

+  $A(0; 0)$  и  $B(15; 15)$  (50%)

+  $A(0; 15)$  и  $B(15; 0)$  (50%)

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Если длина отрезка  $AB$  равна 8, то координаты начала и конца отрезка могут быть равны соответственно ...**

+  $A(-3; -3)$  и  $B(5; -3)$  (50%)

$A(0; 8)$  и  $B(8; 0)$

+  $A(2; -1)$  и  $B(10; -1)$  (50%)

$A(0; 0)$  и  $B(8; 8)$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Если длина отрезка  $AB$  равна 10, то координаты начала и конца отрезка могут быть равны соответственно ...**

+  $A(2; -1)$  и  $B(10; 5)$  (50%)

+  $A(-3; -3)$  и  $B(5; 3)$  (50%)

$A(0; 10)$  и  $B(10; 0)$

$A(0; 0)$  и  $B(10; 10)$

2 задание: Основные задачи аналитической геометрии на плоскости:  
деление отрезка в заданном отношении

*Введите Ваш вариант ответа.*

**Даны точки  $A(1; 10)$  и  $B(-13; 2)$ . Тогда сумма координат середины отрезка равна ...**

0

*Введите Ваш вариант ответа.*

**Даны точки  $A(5; 7)$  и  $B(-3; 5)$ . Тогда сумма координат середины отрезка равна...**

2

*Введите Ваш вариант ответа.*

**Даны точки  $A(-1; -1)$  и  $B(3; -7)$  Тогда сумма координат середины отрезка равна...**

3

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Даны вершины треугольника  $ABC: A(3; 4), B(-3; 4), C(0; -2)$ ,  $CD$  – его медиана. Тогда координаты точки  $D$  равны ...**

$+(0; 4)$

$(0; 8)$

$\left(\frac{3}{2}; 1\right)$

$(-3; 0)$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Даны вершины треугольника  $ABC: A(-1; 2), B(3; 2), C(1; -2)$ ,  $CD$  – его медиана. Тогда координаты точки  $D$  равны ...**

$(0; 0)$

$(2; 4)$

$+(1; 2)$

$(2; 0)$

### 3 задание: Прямая на плоскости

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Общее уравнение прямой, проходящей через точки  $A(-2; 3)$  и  $B(3; -3)$  имеет вид...**

$$+6x + 5y - 3 = 0$$

$$-5x - y - 7 = 4$$

$$6x + 5y - 27 = 0$$

$$-5x + 6y = 0$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Среди прямых**

$$l_1: x + 5y + 10 = 0,$$

$$l_2: 2x + 10y - 5 = 0,$$

$$l_3: 2x - 10y - 10 = 0,$$

$$l_4: -2x + 10y - 10 = 0$$

**параллельными являются ...**

- $l_1$  и  $l_3$
- +  $l_3$  и  $l_4$  (50%)
- $l_2$  и  $l_3$
- +  $l_1$  и  $l_2$  (50%)

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Прямая на плоскости задана уравнением  $y = 2x - 7$ . Тогда перпендикулярными к ней являются прямые ...**

- +  $-4y - 2x + 7 = 0$  (50%)
- $y = 2x - 8$
- $x - 2y - 5 = 0$
- +  $x + 2y + 5 = 0$  (50%)

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Прямая на плоскости задана уравнением  $2y + 8x - 5 = 0$ . Тогда параллельными к ней являются прямые ...**

- $3y - 12x + 7 = 0$
- +  $4x + y - 9 = 0$  (50%)
- $4x - y + 5 = 0$
- +  $3y + 12x - 13 = 0$  (50%)

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Прямая на плоскости задана уравнением  $5y + x - 3 = 0$ . Тогда перпендикулярными к ней являются прямые ...**

- +  $2y - 10x + 3 = 0$  (50%)
- $5x + y + 9 = 0$
- $2y + 10x - 5 = 0$
- +  $5x - y - 7 = 0$  (50%)

#### 4 задание: Кривые второго порядка

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Параболами являются ...**

- $x^2 + 4y^2 = 1$
- $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$
- +  $y^2 = 4x$
- +  $x^2 = 4y$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Гиперболами являются ...**

$$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{7} = 1$$

$$+ \frac{x^2}{13} - \frac{y^2}{7} = 1$$

$$+ \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{17} = 1$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{4} = 1$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Параболами являются ...**

$$(x+1)^2 - (y+2)^2 = 36$$

$$+ x + y^2 = 25$$

$$+ x^2 - y = 4$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Гиперболами являются ...**

$$+ 9x^2 - 16y^2 = 12$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$+ x^2 - y^2 = 1$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Окружностью является ...**

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$$

$$x - 3y - 7 = 0$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$$

$$+ x^2 + y^2 = 9$$

5 задание: Кривые второго порядка

*Соотнесите элементы двух списков и нажмите кнопку «Далее»*  
**Установите соответствие между кривой второго порядка и ее уравнением.**

1. Парабола	$2. \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ (33,5 %)
2. Эллипс	$y^2 - 9 = 0$
3. Гипербола	$y^2 + 25 = 0$
	1. $y^2 = 9x$ (33,5 %)
	3. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$ (33,5 %)

*Соотнесите элементы двух списков и нажмите кнопку «Далее»*

**Установите соответствие между кривой второго порядка и ее уравнением.**

1. Парабола	$2. \frac{x^2}{27} + \frac{y^2}{13} = 1$ (33,5 %)
2. Эллипс	$13y^2 - 27x^2 = 0$
3. Гипербола	$27y^2 + 13x^2 = 0$
	3. $\frac{x^2}{13} - \frac{y^2}{27} = 1$ (33,5 %)
	1. $y^2 = 13x$ (33,5 %)

*Соотнесите элементы двух списков и нажмите кнопку «Далее»*

**Установите соответствие между кривой второго порядка и ее уравнением.**

1. Парабола	$3. \frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{12} = 1$ (33,5 %)
2. Эллипс	1. $y^2 = 12x$ (33,5 %)
3. Гипербола	$12y^2 - 7x^2 = 0$
	$7y^2 + 12x^2 = 0$
	2. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{7} = 1$ (33,5 %)

*Соотнесите элементы двух списков и нажмите кнопку «Далее»*

**Установите соответствие между кривой второго порядка и ее уравнением.**

1. Парабола	$3. \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{15} = 1$ (33,5 %)
2. Эллипс	$2. \frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{8} = 1$ (33,5 %)
3. Гипербола	$15y^2 - 8x^2 = 0$

	1. $y^2 = 8x$ (33,5 %)
	$8y^2 + 15x^2 = 0$

Соотнесите элементы двух списков и нажмите кнопку «Далее»  
**Установите соответствие между кривой второго порядка и ее уравнением.**

1. Парабола	3. $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{81} = 1$ (33,5 %)
2. Эллипс	$81y^2 - 49x^2 = 0$
3. Гипербола	$49y^2 + 81x^2 = 0$
	1. $y^2 = 49x$ (33,5 %)
	2. $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{49} = 1$ (33,5 %)

б задание: Кривые второго порядка

Выберите один правильный вариант ответа.

Если уравнение гиперболы имеет вид  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ , то длина ее действительной полуоси равна...

- 9
- +2
- 3
- 4

Выберите один правильный вариант ответа.

Если уравнение гиперболы имеет вид  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ , то длина ее действительной полуоси равна...

- +4
- 16
- 9
- 3

Выберите один правильный вариант ответа.

Если уравнение эллипса имеет вид  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ , то длина его малой полуоси равна...

- 4
- 16
- 9

+3

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Уравнение параболы с вершиной в начале координат, симметричной относительно оси  $Ox$  и проходящей через точку  $A(4;-2)$ , имеет вид ...**

$y^2 = -x$

$y^2 = 4x$

$x^2 = -8y$

$+ y^2 = x$

*Введите Ваш вариант ответа.*

**Расстояние между фокусами эллипса  $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$  равно ...**

10

7 задание: Основные задачи аналитической геометрии в пространстве

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В пространстве имеется отрезок, соединяющий две точки с абсциссами разных знаков. Тогда этот отрезок обязательно пересекает...**

+плоскость  $Oyz$

плоскость  $Oxy$

плоскость  $Oxz$

ось абсцисс

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В пространстве имеется отрезок, соединяющий две точки с аппликатами разных знаков. Тогда этот отрезок обязательно пересекает...**

ось аппликат

плоскость  $Oxz$

плоскость  $Oyz$

+плоскость  $Oxy$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**В пространстве имеется отрезок, соединяющий две точки с абсциссами одинаковых знаков. Тогда этот отрезок не может пересекать...**

плоскость  $Oxy$

ось абсцисс

+плоскость  $Oxz$

+плоскость  $Oyz$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В пространстве имеется отрезок, соединяющий две точки с нулевыми аппликатами. Тогда этот отрезок целиком лежит...**

+в плоскости  $Oxy$

в плоскости  $Oxz$

на оси аппликат

в плоскости  $Oyz$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В пространстве имеется отрезок, соединяющий две точки с нулевыми абсциссами и аппликатами. Тогда этот отрезок обязательно лежит...**

на оси абсцисс

+на оси ординат

на оси аппликат

в плоскости  $Oxy$

8 задание: Основные задачи аналитической геометрии в пространстве

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Координата  $y_0$  точки  $A(1; y_0; 6)$ , принадлежащей плоскости  $7x - y + 6z - 40 = 0$ , равна ...**

5

+3

4

2

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Координата  $z_0$  точки  $A(1; 3; z_0)$ , принадлежащей плоскости  $3x - 7y + z + 7 = 0$ , равна ...**

7

10

13

+11

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Координата  $y_0$  точки  $A(5; y_0; 1)$ , принадлежащей плоскости  $2x - y + 9z - 15 = 0$ , равна...**

6

+4

7

5

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Координата  $x_0$  точки  $A(x_0; 1; 3)$ , принадлежащей плоскости**

**$2x + y - 2z - 3 = 0$ , равна ...**

5

3

6

+4

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Координата  $x_0$  точки  $A(x_0; 1; 4)$ , принадлежащей плоскости**

**$3x + 2y - z - 4 = 0$ , равна ...**

+2

3

-4

1

9 задание: Плоскость в пространстве

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Нормальный вектор плоскости  $x - 4y - 8z - 3 = 0$  имеет координаты**

...

+ (1; -4; -8)

(-4; -8; -3)

(1; -4; 8)

(1; -4; -3)

*Выберите один правильный вариант ответа*

**Нормальный вектор плоскости  $7x - y - z = 0$  имеет координаты ...**

(7; 0; -1)

+ (7; -1; -1)

(-7; 1; 1)

(7; 0; 0)

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Нормальный вектор плоскости  $4x + 8y + 9z - 1 = 0$  имеет координаты ...**

(4; 8; -1)

+ (4; 8; 9)

(8; 9; -1)  
(-4; -8; -9)

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Нормальный вектор плоскости  $x - 5y + 6z - 11 = 0$  имеет**

**координаты ...**

+(1; -5; 6)  
(-5; 6; -11)  
(-1; 5; -6)  
(1; 6; -11)

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Нормальный вектор плоскости  $3x + 2y + z - 10 = 0$  имеет**

**координаты ...**

(3; 1; -10)  
(2; 1; -10)  
(-3; -2; -1)  
+(3; 2; 1)

10 задание: Поверхности второго порядка

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Точка, принадлежащая поверхности  $\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{25} - \frac{(z-5)^2}{2} = 1$ ,**

**имеет координаты ...**

+(1; -2; 5)  
(-1; -2; 5)  
(1; 2; -5)  
(4; 25; 2)

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Дано уравнение сферы  $x^2 + (y - 5)^2 + z^2 - 10z - 26 = 0$ . Тогда ее центр**

**имеет координаты ...**

(0; -5; -5)  
+(0; 5; 5)  
(0; 10; 10)  
(0; -10; -10)

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Дано уравнение сферы  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 4)^2 = 4$ . Тогда ее центр**

**имеет координаты ...**

(2; 3; 4)

- (- 2;3;-4)
- (- 2;-3;-4)
- +(2;-3;4)

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Дано уравнение сферы  $(x + 5)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 9$ . Тогда ее центр имеет координаты ...**

- (5;-4;-3)
- +(- 5;4;3)
- (5;4;3)
- (- 5;-4;-3)

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Дано уравнение сферы  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 4$ . Тогда ее центр имеет координаты ...**

- (3;2;1)
- (- 3;2;1)
- (- 3;-2;-1)
- +(3;-2;-1)

Таблица 4 – Критерии оценки сформированности компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.	Знает основные понятия и методы аналитической геометрии, но допускает неточности в доказательствах теоретических утверждений и выводах формул, умеет решать основные типы задач, выполняя	Знает основные понятия и методы аналитической геометрии, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее	Знает основные понятия и методы аналитической геометрии, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач и нестандартные задачи, выполняя

	анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 65-75% обязательных заданий проверочных работ	базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 76-85% обязательных заданий проверочных работ	анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 86-100% обязательных заданий проверочных работ
ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Обладает навыками поиска информации для решения основных типов задач аналитической геометрии под руководством преподавателя	Обладает навыками самостоятельного поиска информации для решения прикладных задач методами аналитической геометрии, но испытывает затруднения в ее критическом анализе	Обладает навыками самостоятельного поиска и критического анализа информации для решения прикладных задач методами аналитической геометрии
ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Имеет представление о различных способах решения задач аналитической геометрии, но умеет решать основные типы задач одним из них	Умеет решать задачи аналитической геометрии различными способами, допуская незначительные ошибки, но испытывает затруднения при оценке их достоинств и недостатков	Умеет решать задачи аналитической геометрии различными способами, в том числе и нестандартными, проявляя творчество и элементы исследовательской работы, оценивает достоинства и недостатки возможных вариантов решения

### Раздел №3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

#### Контрольная работа №2 «Дифференцирование функций одной переменной»

*Типовые задания*

*Базовый уровень*

##### **Задание № 1.**

Найти производные заданных функций.

1)  $y = (3x - 4\sqrt[3]{x} + 2)^4$

2)  $y = \frac{4x + 7 \operatorname{tg} x}{\sqrt{1+9x^2}}$

3)  $y = \cos 3x \cdot e^{\sin x}$

4)  $y = \ln \operatorname{arctg} 2x$

*Повышенный уровень*

##### **Задание №2.**

Найти производную неявной функции

$$\sin(x - 2y) + \frac{x^3}{y} = 7x.$$

##### **Задание №3.**

Найти производную  $\frac{dy}{dx}$  параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = e^{-t} \cos t, \\ y = e^t \cos t. \end{cases}$

##### **Задание №4.**

Тело, выпущенное вертикально вверх, движется по закону  $s(t) = 4 + 8t - 5t^2$ , где высота  $s(t)$  измеряется в метрах, а время  $t$  – в секундах. Найти: а) скорость тела в начальный момент времени; б) скорость тела в момент соприкосновения с землей; в) наибольшую высоту подъема тела.

#### Расчетно-графическая работа №2 «Исследование функций одной переменной и построение графиков»

*Типовые задания*

*Базовый уровень*

##### **Задание №1.**

Исследовать данную функцию  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$  методами дифференциального исчисления и построить ее график. Исследование рекомендуется проводить по плану:

1. найти область определения функции;
2. исследовать функцию на непрерывность;
3. исследовать функцию на четность (нечетность);
4. исследовать функцию на экстремумы и промежутки монотонности;
5. найти точки перегиба графика функции и определить промежутки выпуклости (вогнутости) графика функции;
6. найти асимптоты графика (если они имеются);
7. построить график функции, используя результаты исследования.

**Задание № 2.**

Найти наибольшее и наименьшее значения данной функции  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$  на отрезке  $[1;3]$ .

**Задание № 3.**

Исследовать данную функцию  $y = \frac{x^2 + 21}{x - 2}$  методами дифференциального исчисления и построить ее график.

**Задание № 4.**

Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2 \cos x}{\sin(\pi - 3x)}$  по правилу Лопиталья.

*Повышенный уровень*

**Задание № 5.**

Сечение оросительного канала имеет форму равнобочной трапеции, боковые стороны которой равны меньшему основанию. При каком угле наклона боковых сторон сечение канала будет иметь наибольшую площадь.

**Защита расчетно-графической работы №2 «Исследование функций одной переменной и построение графиков»**

*Типовые задания*

**Теоретические вопросы:**

*Базовый уровень*

1. Сформулируйте теорему Ролля. В чем состоит ее геометрический смысл?
2. Каким условиям должна удовлетворять функция  $f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ , чтобы для нее была справедлива теорема Ролля?

3. Сформулируйте теорему Лагранжа. В чем состоит ее геометрический смысл?
4. В чем заключается правило Лопиталья?
5. Сформулируйте необходимые и достаточные признаки возрастания (убывания) функции в данной точке.
6. Дайте определения максимума и минимума функции.
7. Сформулируйте необходимое условие существования экстремума.
8. Какие значения аргумента (какие точки) называются критическими и как они находятся?
9. Сформулируйте достаточный признак существования экстремума и изложите схемы исследования функции на экстремум с помощью первой и второй производных.
10. Сформулируйте правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на заданном отрезке.
11. Дайте определение выпуклости, вогнутости кривой.
12. Что называется точкой перегиба графика функции, как находятся эти точки?
13. Сформулируйте необходимые и достаточные признаки выпуклости и вогнутости кривой на заданном интервале.
14. Дайте определение асимптоты кривой. Как найти уравнения асимптот: вертикальных, горизонтальных, наклонных?
15. Изложите общую схему исследования функции и построения ее графика.

#### *Повышенный уровень*

16. Применение производной и дифференциала для решения инженерных задач.
17. Применение производной и дифференциала для решения физических задач.

#### **Задачи:**

##### *Базовый уровень*

№1. Вычислите предел по правилу Лопиталья:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2x - 1}{1 - \cos 3x};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x - x}{\ln(1+x) - x}.$$

№2. Найти интервалы возрастания, убывания и точки экстремума функции:

$$1) y = \frac{4x^2 + 9}{x + 3};$$

$$2) y = \ln(x^2 + 2x + 2);$$

$$3) y = 4xe^{-x}.$$

№3. Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции:

$$1) y = \frac{4x^3}{9(3-x^2)};$$

$$2) y = \frac{3 \ln x}{x}.$$

№4. Найти асимптоты графика функции:

$$1) y = \frac{2x^2}{2x-1};$$

$$2) y = \frac{x^2}{3(x^2-3)}.$$

№5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$1) y = x^3 - 6x^2 + 2, [-2; 2];$$

$$2) y = \frac{3x+4}{x^2+1}, [-1; 4].$$

№6. Исследовать функцию  $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2$  и по результатам исследования построить график.

*Повышенный уровень*

№7. Исследовать функцию  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$  ( $\sigma > 0$ ) и по результатам исследования построить график.

№8. Требуется изготовить закрытый цилиндрический бак объемом  $V$ . Какими должны быть его размеры, чтобы на его изготовление ушло наименьшее количество материала?

№9. Масса неоднородного стержня является функцией длины  $y = e^x - x - 1$ . Найти плотность стержня в начальной точке ( $x = 0$ ) и в конечной точке ( $x = 1$ ).

### Письменный тест

1 задание: Основные свойства функций: область определения функции

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Областью определения функции  $y = \frac{\sqrt{x+6}}{\sqrt[3]{x+3}}$  является множество ...**

(6; +∞)

+ [-6; -3) ∪ (-3; +∞)

$(-3; +\infty)$   
 $[-6; +\infty)$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Областью определения функции  $y = \frac{\ln(1-x)}{x+3}$  является множество ...**

$+(-\infty; -3) \cup (-3; 1)$   
 $(-\infty; 1)$   
 $(-\infty; 1]$   
 $(-\infty; -3) \cup (-3; 1]$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Областью определения функции  $y = \arccos\left(\frac{x}{2} - 1\right)$  является**

**множество ...**

$+ [0; 4]$   
 $[2; +\infty)$   
 $(0; 4)$   
 $[0; 1]$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Областью определения функции  $y = \sqrt{4-x^2}$  является множество ...**

$(-2; 2)$   
 $+ [-2; 2]$   
 $(-\infty; 2)$   
 $(-\infty; 2]$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Областью определения функции  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2-9}}$  является множество ...**

$(-\infty; 3)$   
 $[-3; 3]$   
 $+(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$   
 $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$

2 задание: Основные свойства функций: множество значений

*Выберите один правильный вариант ответа.*

Дана функция  $y = 8\cos(3x + 6)$ . Тогда ее областью значений является

множество ...

- + $[-8, 8]$
- $[-24, 24]$
- $(-\infty, +\infty)$
- $[-1, 1]$

Выберите один правильный вариант ответа.

Дана функция  $y = 5\sin(2x + 3)$ . Тогда ее областью значений является

множество ...

- $[-1; 1]$
- + $[-5; 5]$
- $(-\infty; +\infty)$
- $[-10; 10]$

Выберите один правильный вариант ответа.

Дана функция  $y = 4\cos(5x + 7)$ . Тогда ее областью значений является

множество ...

- $[-20; 20]$
- $[-1; 1]$
- $(-\infty; +\infty)$
- + $[-4; 4]$

Выберите один правильный вариант ответа.

Дана функция  $y = 3\sin(7x - 4)$ . Тогда ее областью значений является

множество ...

- $(-\infty; +\infty)$
- + $[-3; 3]$
- $[-21; 21]$
- $[-1; 1]$

Выберите один правильный вариант ответа.

Дана функция  $y = 2\sin(5x + 3)$ . Тогда ее областью значений является

множество ...

- $[-10; 10]$
- + $[-2; 2]$
- $(-\infty; +\infty)$

$$[-1; 1]$$

3 задание: Основные свойства функций: четность, нечетность

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций являются нечетными:**

$$+ y = \frac{x}{\cos x} + \sin x \quad (50 \%)$$

$$y = x^3 \cdot \operatorname{tg} x$$

$$+ y = x^3 + \operatorname{tg} x \quad (50 \%)$$

$$y = \frac{x(x+1)}{\sin x}$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций являются нечетными:**

$$y = x^3 \cdot \operatorname{ctg} x$$

$$+ y = \frac{\cos x}{x} - \sin x \quad (50 \%)$$

$$+ y = x^3 + \sin x \quad (50 \%)$$

$$y = \frac{x(x-1)}{\operatorname{tg} x}$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций являются нечетными:**

$$y = x^3 \cdot \sin x$$

$$+ y = \frac{x}{\cos x} + \operatorname{tg} x \quad (50 \%)$$

$$+ y = x^3 + \operatorname{ctg} x \quad (50 \%)$$

$$y = \frac{x(x+1)}{\operatorname{ctg} x}$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций являются нечетными:**

$$y = x^3 \cdot \sin x$$

$$+ y = \frac{x}{\cos x} - \sin x \quad (50 \%)$$

$$y = \frac{x(x+1)}{\operatorname{tg}x}$$

$$+ y = x^3 - \operatorname{tg}x \quad (50 \%)$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций являются нечетными:**

$$y = x^3 \cdot \arcsin x$$

$$+ y = \frac{x}{\cos x} - \operatorname{tg}x \quad (50 \%)$$

$$+ y = x^3 + \operatorname{tg}x \quad (50 \%)$$

$$y = \frac{x(x+1)}{\operatorname{tg}x}$$

4 задание: Основные свойства функций: периодичность

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций имеют период  $\frac{1}{3}$ .**

$$+ y = \operatorname{tg}3\pi x \quad (50 \%)$$

$$+ y = \cos 6\pi x \quad (50 \%)$$

$$y = \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{3}$$

$$y = \sin \frac{2\pi}{3} x$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций имеют период 4.**

$$y = \sin 2\pi x$$

$$+ y = \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} \quad (50 \%)$$

$$y = \operatorname{ctg} 4\pi x$$

$$+ y = \cos \frac{\pi x}{2} \quad (50 \%)$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций имеют период  $\frac{1}{4}$ .**

$$y = \cos 4\pi x$$

$$y = ctg \frac{\pi x}{4}$$

$$+ y = \sin 8\pi x \text{ (50 \%)}$$

$$+ y = tg 4\pi x \text{ (50 \%)}$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций имеют период 3.**

$$+ y = \cos \frac{2\pi}{3} x \text{ (50 \%)}$$

$$y = tg 3\pi x$$

$$y = \sin \frac{3\pi}{2} x$$

$$+ y = ctg \frac{\pi x}{3} \text{ (50 \%)}$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Укажите, какие из представленных ниже функций имеют период  $\frac{1}{4}$ .**

$$+ y = \cos 8\pi x \text{ (50 \%)}$$

$$y = \sin 4\pi x$$

$$+ y = ctg 4\pi x \text{ (50 \%)}$$

$$y = tg \frac{\pi x}{4}$$

### 5 задание: Предел функции

*Введите Ваш вариант ответа.*

**Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$  равно ...**

5

*Введите Ваш вариант ответа.*

**Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 5x}$  равно ...**

0,2

*Введите Ваш вариант ответа.*

**Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg 3x}{x}$  равно ...**

3

*Введите Ваш вариант ответа.*

Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg} 2x}$  равно ...

0,5

*Введите Ваш вариант ответа.*

Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\operatorname{tg} 2x}$  равно ...

3

6 задание: Предел функции

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Бесконечно-малой функцией при  $x \rightarrow 0$  является ...**

$f(x) = x^2 + 1$

+  $f(x) = \frac{x}{x-3}$

$f(x) = \frac{5}{x}$

$f(x) = e^x$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Бесконечно-малой функцией при  $x \rightarrow 0$  является ...**

$f(x) = x^2 - 1$

+  $f(x) = \frac{x}{x+7}$

$f(x) = 3^x$

$f(x) = \frac{6}{x^2}$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Бесконечно-малой функцией при  $x \rightarrow 0$  является ...**

$f(x) = x^2 + 5$

$f(x) = \frac{x+3}{x-7}$

+  $f(x) = \sin x$

$f(x) = \frac{6}{x}$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Бесконечно-малой функцией при  $x \rightarrow 0$  является ...**

+  $f(x) = \operatorname{tg} 3x$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$f(x) = \ln x$$

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Бесконечно-малой функцией при  $x \rightarrow 0$  является ...**

+  $f(x) = \operatorname{tg} 4x$

$$f(x) = x^2 + 5$$

$$f(x) = \ln x$$

$$f(x) = \frac{1}{x^3}$$

7 задание: Производные первого порядка функции одной переменной

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Производная функции  $y = \sin(x^2 + 1)$  равна ...**

-  $2x \cos(x^2 + 1)$

$\cos(x^2 + 1)$

+  $2x \cos(x^2 + 1)$

$x \cos(x^2 + 1)$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Производная функции  $y = \cos(5x^2 - 2)$  равна ...**

$x \sin(5x^2 - 2)$

-  $\sin(5x^2 - 2)$

+  $-10x \sin(5x^2 - 2)$

$10x \sin(5x^2 - 2)$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Производная функции  $y = \sin(2x^2 - 5)$  равна ...**

-  $x \cos(2x^2 - 5)$

$\cos(2x^2 - 5)$

+  $4x \cos(2x^2 - 5)$

-  $4x \cos(2x^2 - 5)$

Выберите один правильный вариант ответа.

**Производная функции  $y = \cos(3x^2 + 2)$  равна ...**

$+ -6x \sin(3x^2 + 2)$

$x \sin(3x^2 + 2)$

$-\sin(3x^2 + 2)$

$6x \sin(3x^2 + 2)$

Выберите один правильный вариант ответа.

**Производная функции  $y = \frac{x+3}{x+2}$  равна ...**

$-\frac{1}{x+2}$

$\frac{2x+5}{(x+2)^2}$

$\frac{1}{(x+2)^2}$

$+\frac{1}{(x+2)^2}$

8 задание: Производные высших порядков функции одной переменной

Выберите один правильный вариант ответа.

**Значение производной второго порядка функции  $y = 2 \sin 3x - 5x$  в**

**точке  $x = \frac{\pi}{6}$  равно ...**

$-2$

$+18$

$-23$

$0$

Выберите один правильный вариант ответа.

**Значение производной второго порядка функции  $y = e^{-3(x-1)} + 5x$  в**

**точке  $x = 1$  равно ...**

$0$

$6$

$+9$

$1$

Выберите один правильный вариант ответа.

**Производная второго порядка функции  $y = \ln 2x$  имеет вид ...**

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2x^2} \\ & + -\frac{1}{x^2} \\ & \frac{2}{x} \\ & \frac{1}{x^2} \end{aligned}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Производная второго порядка функции  $y = \frac{3}{2x+5}$  равна ...**

$$\begin{aligned} & +\frac{24}{(2x+5)^3} \\ & \frac{6}{(2x+5)^3} \\ & \frac{12}{(2x+5)^3} \\ & -\frac{6}{(2x+5)^3} \end{aligned}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

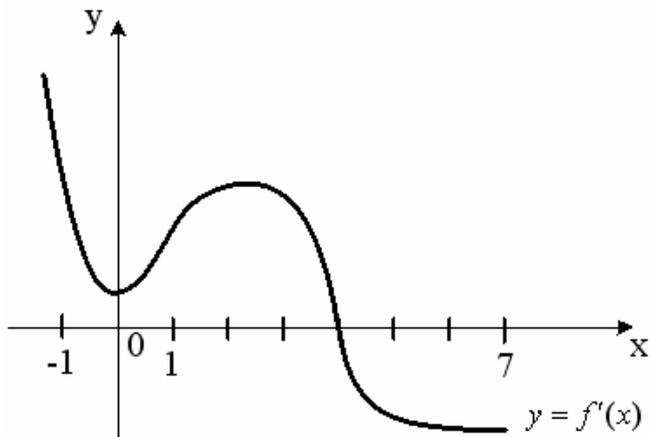
**Производная третьего порядка функции  $y = x \cdot \ln 2x$  равна ...**

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2} \\ & + -\frac{1}{x^2} \\ & \frac{2}{x^3} \\ & \frac{1}{x} \end{aligned}$$

9 задание: Приложения дифференциального исчисления функции одной переменной

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  функции  $y = f(x)$ , заданной на отрезке  $[-1; 7]$ .**

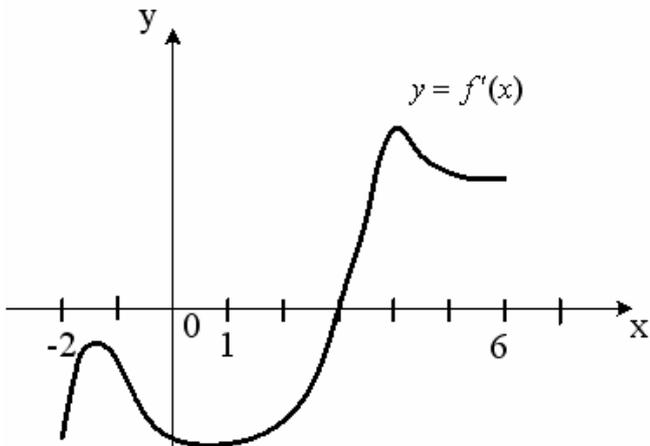


Тогда точкой максимума функции  $y = f(x)$  является ...

- 2
- 1
- +4
- 0

*Выберите один правильный вариант ответа.*

На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  функции  $y = f(x)$ , заданной на отрезке  $[-2; 6]$ .

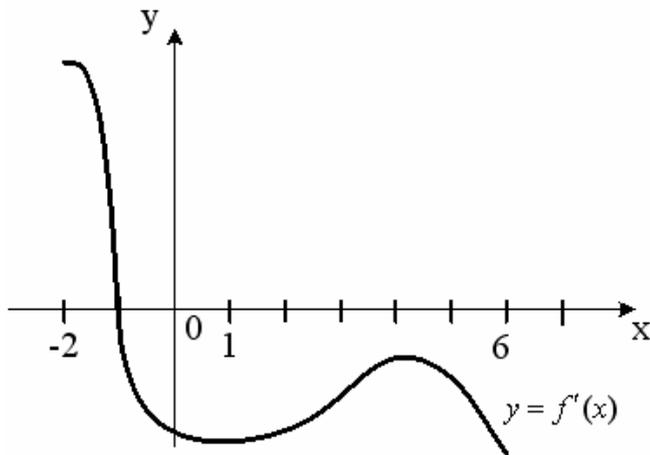


Тогда точкой минимума функции  $y = f(x)$  является ...

- 2
- +3
- 4
- 1

*Выберите один правильный вариант ответа.*

На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  функции  $y = f(x)$ , заданной на отрезке  $[-2; 6]$ .

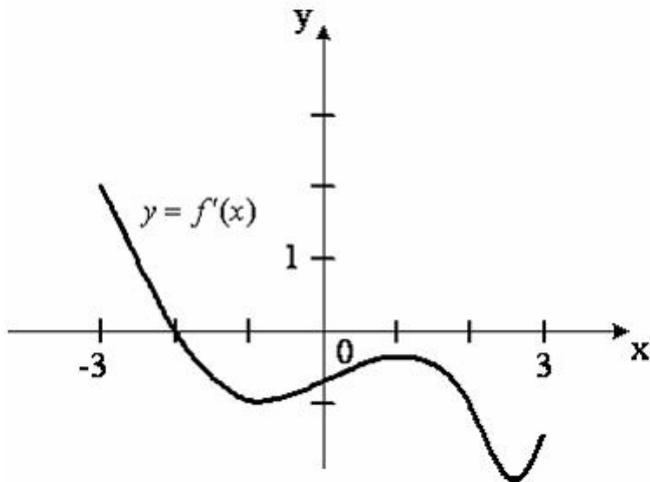


Тогда точкой максимума функции  $y = f(x)$  является ...

- 6
- 4
- + - 1
- 2

*Выберите один правильный вариант ответа.*

На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  функции  $y = f(x)$ , заданной на отрезке  $[-3; 3]$ .

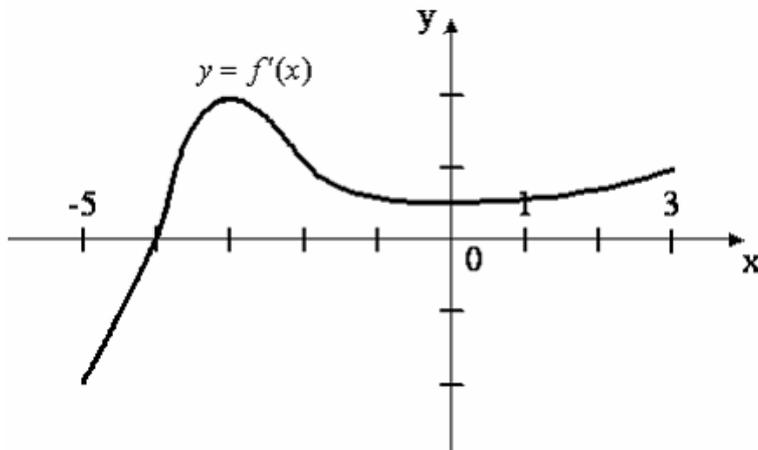


Тогда точкой максимума функции  $y = f(x)$  является ...

- 1
- 3
- + - 2
- 3

*Выберите один правильный вариант ответа.*

На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  функции  $y = f(x)$ , заданной на отрезке  $[-5; 3]$ .



Тогда точкой минимума функции  $y = f(x)$  является ...

- + - 4
- 3
- 5
- 3

10 задание: Асимптоты графика функции

Выберите один правильный вариант ответа.

Уравнение наклонной асимптоты графика функции  $y = \frac{8x - x^2}{x + 2}$

имеет вид  $y = kx + 10$ . Тогда значение  $k$  равно ...

- 1
- 4
- + - 1
- 2

Выберите один правильный вариант ответа.

Уравнение наклонной асимптоты графика функции  $y = \frac{5x - 2x^2}{x + 1}$

имеет вид  $y = kx + 7$ . Тогда значение  $k$  равно ...

- 1
- 5
- 1
- + - 2

Выберите один правильный вариант ответа.

Уравнение наклонной асимптоты графика функции  $y = \frac{7x + 3x^2}{x + 1}$

имеет вид  $y = kx + 4$ . Тогда значение  $k$  равно ...

- 1
- + 3

7  
– 2

Выберите один правильный вариант ответа.

Уравнение наклонной асимптоты графика функции  $y = \frac{3x - 4x^2}{x - 1}$

имеет вид  $y = kx + 7$ . Тогда значение  $k$  равно ...

1  
– 3  
7  
+ – 4

Выберите один правильный вариант ответа.

Уравнение наклонной асимптоты графика функции  $y = \frac{x + 4x^2}{2x - 1}$

имеет вид  $y = kx + 5$ . Тогда значение  $k$  равно ...

1  
– 1  
4  
+ – 4

Таблица 5 – Критерии оценки сформированности компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.	Знает основные понятия и методы дифференциального исчисления функций одной переменной, но допускает неточности в доказательствах теоретических утверждений и выводах формул, умеет решать основные типы задач, выполняя	Знает основные понятия и методы дифференциального исчисления функций одной переменной, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее	Знает основные понятия и методы дифференциального исчисления функций одной переменной, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач и нестандартные задачи, выполняя

	анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 65-75% обязательных заданий проверочных работ	базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 76-85% обязательных заданий проверочных работ	анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 86-100% обязательных заданий проверочных работ
ИД-2 <sub>ук-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Обладает навыками поиска информации для решения основных типов задач дифференциального исчисления функций одной переменной под руководством преподавателя	Обладает навыками самостоятельного поиска информации для решения прикладных задач методами дифференциального исчисления функций одной переменной, но испытывает затруднения в ее критическом анализе	Обладает навыками самостоятельного поиска и критического анализа информации для решения прикладных задач методами дифференциального исчисления функций одной переменной
ИД-3 <sub>ук-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Имеет представление о различных способах решения задач дифференциального исчисления функций одной переменной, но умеет решать основные типы задач одним из них	Умеет решать задачи дифференциального исчисления функций одной переменной различными способами, допуская незначительные ошибки, но испытывает затруднения при оценке их достоинств и недостатков	Умеет решать задачи дифференциального исчисления функций одной переменной различными способами, в том числе и нестандартными, проявляя творчество и элементы исследовательской работы, оценивает достоинства и недостатки возможных вариантов решения

## Модуль 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

### Контрольная работа № 3 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

*Типовые задания*

*Базовый уровень*

**Задание № 1.**

Дана функция  $u = y\sqrt{\frac{y}{x}}$ . Проверить, удовлетворяет ли она заданному уравнению  $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ .

**Задание № 2.**

Исследовать функцию  $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$  на экстремум.

*Повышенный уровень*

**Задание №3.**

Найти линии уровня функции  $z = \sqrt{y - x^2}$ .

**Задание №4.**

Найти градиент функции  $z = x \ln(x + y)$  и его модуль в точке  $M(-1; 2)$ .

**Задание №5.**

Поток пассажиров  $z$  выражается функцией  $z = \frac{x^2}{y}$ , где  $x$  – число жителей;  $y$  – расстояние между городами. Найти частные производные этой функции и пояснить их смысл.

### Письменное тестирование

1 задание: Частные производные первого порядка функции двух переменных

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Частная производная функции  $z = x^4 \cos 3y$  по переменной  $y$  в точке**

$M\left(1; \frac{\pi}{6}\right)$  равна ...

- +– 3
- 4
- 3
- 0

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Частная производная функции  $z = x^3 \sin 6y$  по переменной  $y$  в точке**

**$M\left(-1; \frac{\pi}{18}\right)$  равна ...**

- +– 3
- 6
- 0
- 3

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Частная производная функции  $z = e^{x^2+y}$  по переменной  $x$  в точке**

**$M(1; 0)$  равна...**

- 0
- +2e
- $e^2$
- e

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Частная производная функции  $z = e^{x^3+y}$  по переменной  $x$  в точке**

**$M(1; 0)$  равна ...**

- + 3e
- e
- $e^2$
- 3

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Частная производная функции  $z = e^{x^3+y}$  по переменной  $y$  в точке**

**$M(0; 1)$  равна ...**

- +2e
- e
- 1
- $2e^2$

2 задание: Полный дифференциал первого порядка функции двух переменных

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Полный дифференциал первого порядка функции  $z = \ln(3x + 2y^2)$  в точке  $M(1; 2)$  имеет вид ...**

$$\frac{8}{11}dx + \frac{3}{11}dy$$
$$+ \frac{3}{11}dx + \frac{8}{11}dy$$
$$\frac{1}{11}dx + \frac{1}{11}dy$$

другой ответ

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Полный дифференциал первого порядка функции  $z = \ln(2x^2 + 4y)$  в точке  $M(2; 1)$  имеет вид ...**

$$+ \frac{2}{3}dx + \frac{1}{3}dy$$
$$\frac{1}{3}dx + \frac{2}{3}dy$$
$$\frac{1}{12}dx + \frac{1}{12}dy$$

другой ответ

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Полный дифференциал первого порядка функции  $z = \ln(3x^3 + 2y)$  в точке  $M(1; 1)$  имеет вид ...**

$$+ \frac{9}{5}dx + \frac{2}{5}dy$$
$$\frac{2}{5}dx + \frac{9}{5}dy$$
$$\frac{1}{5}dx + \frac{1}{5}dy$$

другой ответ

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Полный дифференциал первого порядка функции  $z = \ln(x^2 + 3y^2)$  в точке  $M(1; 3)$  имеет вид ...**

$$\frac{9}{14}dx + \frac{1}{14}dy$$
$$+ \frac{1}{14}dx + \frac{9}{14}dy$$

$$\frac{1}{28}dx + \frac{1}{28}dy$$

другой ответ

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Полный дифференциал первого порядка функции  $z = \ln(4x + y^2)$  в точке  $M(-1; 1)$  имеет вид ...**

$$-\frac{2}{3}dx - \frac{4}{3}dy$$

$$+\frac{4}{3}dx - \frac{2}{3}dy$$

$$-\frac{1}{3}dx - \frac{1}{3}dy$$

другой ответ

3 задание: Частные производные второго порядка функции двух переменных

*Введите Ваш вариант ответа.*

**Частная производная  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  функции  $z = 2xy^2 - 3y^3x^2 + y$  в точке**

**$M(0; 1)$  равна ...**

- 6

*Введите Ваш вариант ответа .*

**Частная производная  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  функции  $z = 3x^2y^3 - 5yx + 2x$  в точке**

**$M(1;-1)$  равна ...**

6

*Введите Ваш вариант ответа.*

**Частная производная  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  функции  $z = 3x^2y^3 - 5yx + 2x$  в точке**

**$M(0; 1)$  равна ...**

- 5

*Введите Ваш вариант ответа.*

**Частная производная  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$  функции  $z = 2xy^2 - 3yx^2 + y$  в точке**

**$M(1;-1)$  равна ...**

4

Выберите один правильный вариант ответа.

Частная производная второго порядка  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  функции  $z = x^2 y^3$  равна

...

$$2y^3$$

$$2xy^3$$

$$+6xy^2$$

$$2y^3 + 12xy^2 + 6x^2 y$$

4 задание: Градиент функции двух переменных

Выберите один правильный вариант ответа.

Градиентом функции  $z = 4x^2 y^3$  в точке  $M(1; 2)$  является вектор ...

$$+ \text{grad } z(M) = 64\vec{i} + 48\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 48\vec{i} + 64\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 64\vec{i} + 64\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 48\vec{i} + 48\vec{j}$$

другой ответ

Выберите один правильный вариант ответа.

Градиентом функции  $z = 2x^3 y^2$  в точке  $M(1; 2)$  является вектор ...

$$\text{grad } z(M) = 8\vec{i} + 24\vec{j}$$

$$+ \text{grad } z(M) = 24\vec{i} + 8\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 24\vec{i} + 24\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 8\vec{i} + 8\vec{j}$$

другой ответ

Выберите один правильный вариант ответа.

Градиентом функции  $z = 4xy^3$  в точке  $M(2; 1)$  является вектор ...

$$+ \text{grad } z(M) = 32\vec{i} + 24\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 24\vec{i} + 32\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 24\vec{i} + 24\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 32\vec{i} + 32\vec{j}$$

другой ответ

Выберите один правильный вариант ответа.

Градиентом функции  $z = 3x^3y$  в точке  $M(2; 1)$  является вектор ...

$$+ \text{grad } z(M) = 36\vec{i} + 24\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 24\vec{i} + 36\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 24\vec{i} + 24\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 36\vec{i} + 36\vec{j}$$

другой ответ

Выберите один правильный вариант ответа.

Градиентом функции  $z = 4x^2y^2$  в точке  $M(-1; 1)$  является вектор ...

$$+ \text{grad } z(M) = -8\vec{i} + 8\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 8\vec{i} + 8\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = 8\vec{i} - 8\vec{j}$$

$$\text{grad } z(M) = -8\vec{i} - 8\vec{j}$$

другой ответ

Таблица 6 – Критерии оценки сформированности компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.	Знает основные понятия и методы дифференциального исчисления функций нескольких переменных, но допускает неточности в доказательствах теоретических утверждений и выводах формул, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых	Знает основные понятия и методы дифференциального исчисления функций нескольких переменных, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя	Знает основные понятия и методы дифференциального исчисления функций нескольких переменных, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач и нестандартные задачи, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых

	составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 65-75% обязательных заданий проверочных работ	декомпозицию задачи; выполняет не менее 76-85% обязательных заданий проверочных работ	составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 86-100% обязательных заданий проверочных работ
ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Обладает навыками поиска информации для решения основных типов задач дифференциального исчисления функций нескольких переменных под руководством преподавателя	Обладает навыками самостоятельного поиска информации для решения прикладных задач методами дифференциального исчисления функций нескольких переменных, но испытывает затруднения в ее критическом анализе	Обладает навыками самостоятельного поиска и критического анализа информации для решения прикладных задач методами дифференциального исчисления функций нескольких переменных
ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Имеет представление о различных способах решения задач дифференциального исчисления функций нескольких переменных, но умеет решать основные типы задач одним из них	Умеет решать задачи дифференциального исчисления функций нескольких переменных различными способами, допуская незначительные ошибки, но испытывает затруднения при оценке их достоинств и недостатков	Умеет решать задачи дифференциального исчисления функций нескольких переменных различными способами, в том числе и нестандартными, проявляя творчество и элементы исследовательской работы, оценивает достоинства и недостатки возможных вариантов решения

## Раздел №5. Интегральное исчисление функций одной переменной

### Контрольная работа № 4. «Неопределенный интеграл»

*Типовые задания:*

*Базовый уровень*

#### **Задание № 1.**

Требуется найти неопределенные интегралы. В пунктах 1) и 2) сделать проверку дифференцированием:

$$1) \int \left( 3x^2 + \frac{8}{x^5} + 11\sqrt[9]{x^2} \right) dx$$

$$2) \int \sqrt{\cos x} \sin x dx$$

$$3) \int \ln x dx$$

*Повышенный уровень*

#### **Задание № 2.**

$$1) \int \frac{4x-1}{x^2-4x+8} dx$$

$$2) \int \frac{x}{x^3+1} dx$$

$$3) \int \cos^2 x \sin^3 x dx$$

### Индивидуальное домашнее задание №2 «Определенный интеграл и его применение»

*Типовые задания:*

*Базовый уровень*

#### **Задание № 1.**

Вычислить определенный интеграл  $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt[3]{1+x^2} dx$

#### **Задание № 2.**

Вычислить определенный интеграл  $\int_2^3 x \ln(x-1) dx$ .

#### **Задание № 3.**

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ ,  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 6$ . Построить фигуру.

**Задание № 4.**

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, расположенной в первом квадранте и ограниченной параболой  $y = \frac{1}{3}x^2$ , прямой  $y = -x + 6$  и осью  $Ox$ . Сделать рисунок фигуры вращения.

**Задание № 5.**

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $r = a(1 + \sin 2\varphi)$ . Построить фигуру.

**Задание № 6.**

Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$ .

*Повышенный уровень*

**Задание № 7.**

Найти центр тяжести однородной дуги окружности  $x^2 + y^2 = R^2$ , расположенной в первой координатной четверти.

**Письменное тестирование**

1 задание: Первообразная функции

Выберите один правильный вариант ответа.

**Множество первообразных функции  $f(x) = \cos 3x$  имеет вид ...**

$3 \sin 3x + C$

$-\frac{1}{3} \sin 3x + C$

$3 \sin x + C$

$+\frac{1}{3} \sin 3x + C$

Выберите один правильный вариант ответа.

**Множество первообразных функции  $f(x) = \cos 6x$  имеет вид ...**

$\sin 6x + C$

$6 \sin 6x + C$

$+\frac{1}{6} \sin 6x + C$

$-\frac{1}{6} \sin 6x + C$

Выберите один правильный вариант ответа.

Множество первообразных функции  $f(x) = \cos \frac{x}{4}$  имеет вид ...

$$+4 \sin \frac{x}{4} + C$$

$$-4 \sin \frac{x}{4} + C$$

$$\frac{1}{4} \sin \frac{x}{4} + C$$

$$4 \sin \frac{x}{4} + C$$

Выберите один правильный вариант ответа.

Множество первообразных функции  $f(x) = \sin \frac{x}{2}$  имеет вид ...

$$2 \cos \frac{x}{2} + C$$

$$+-2 \cos \frac{x}{2} + C$$

$$\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + C$$

$$-\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + C$$

Выберите один правильный вариант ответа.

Множество первообразных функции  $f(x) = \sin \frac{x}{5}$  имеет вид ...

$$5 \cos \frac{x}{5} + C$$

$$+-5 \cos \frac{x}{5} + C$$

$$\frac{1}{5} \cos \frac{x}{5} + C$$

$$-\frac{1}{5} \cos \frac{x}{5} + C$$

2 задание: Неопределенный интеграл (основные методы интегрирования)

Выберите один правильный вариант ответа.

Интеграл  $\int \frac{dt}{\sqrt{t^2 + 3}}$  равен ...

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \left| \frac{t + \sqrt{3}}{t - \sqrt{3}} \right| + C$$

$$+ \ln |t + \sqrt{t^2 + 3}| + C +$$

$$\ln |3 + \sqrt{t + 3}| + C$$

$$\operatorname{arctg} \frac{t}{\sqrt{3}} + C$$

Выберите один правильный вариант ответа.

**Интеграл**  $\int \frac{dt}{t^2 + 2}$  **равен ...**

$$+ \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{t}{\sqrt{2}} + C$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{t + \sqrt{2}}{t - \sqrt{2}} \right| + C$$

$$\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{t}{2} + C$$

$$\arcsin \frac{t}{\sqrt{2}} + C$$

Выберите один правильный вариант ответа.

**Интеграл**  $\int \frac{x^2}{\sqrt{9 + x^3}} dx$  **равен ...**

$$+ \frac{2}{3} \sqrt{9 + x^3} + C$$

$$\sqrt{9 + x^3} + C$$

$$\ln(9 + x^3) + C$$

$$\frac{1}{3\sqrt{9 + x^3}} + C$$

Выберите один правильный вариант ответа.

**Интеграл**  $\int \frac{e^{2x}}{4 + e^{2x}} dx$  **равен ...**

$$+ \frac{1}{2} \ln(4 + e^{2x}) + C$$

$$\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{2} + C$$

$$\frac{1}{4} \ln \left| \frac{e^x - 2}{e^x + 2} \right| + C$$

$$-\frac{1}{(4 + e^{2x})^2} + C$$

Выберите один правильный вариант ответа.

**Интеграл**  $\int \frac{e^x}{4 + e^{2x}} dx$  **равен ...**

$$+\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{2} + C$$

$$\ln(2 + e^{2x}) + C$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{e^x - \sqrt{2}}{e^x + \sqrt{2}} \right| + C$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{\sqrt{2}} + C$$

3 задание: Свойства определенного интеграла

Выберите один правильный вариант ответа.

**Если**  $\int_{-1}^0 f(x) dx = 3$  **и**  $\int_0^1 f(x) dx = -1$ , **то интеграл**  $\int_{-1}^1 2f(x) dx$  **равен ...**

$$-4$$

$$-8$$

$$+4$$

$$2$$

Выберите один правильный вариант ответа.

**Ненулевая функция**  $y = f(x)$  **является нечетной на отрезке**  $[-4; 4]$ .

**Тогда**  $\int_{-4}^4 f(x) dx$  **равен ...**

$$2 \int_0^4 f(x) dx$$

$$\frac{1}{8} \int_0^1 f(x) dx$$

$$8 \int_0^1 f(x) dx$$

$$+0$$

Выберите один правильный вариант ответа.

Ненулевая функция  $y = f(x)$  является нечетной на отрезке  $[-9; 9]$ .

Тогда  $\int_{-9}^9 f(x)dx$  равен ...

$$18 \int_0^1 f(x)dx$$

$$2 \int_0^9 f(x)dx$$

$$\frac{1}{18} \int_0^1 f(x)dx$$

$$+0$$

Выберите один правильный вариант ответа.

Ненулевая функция  $y = f(x)$  является нечетной на отрезке

$[-12; 12]$ . Тогда  $\int_{-12}^{12} f(x)dx$  равен ...

$$+0$$

$$\frac{1}{24} \int_0^1 f(x)dx$$

$$2 \int_0^{12} f(x)dx$$

$$24 \int_0^1 f(x)dx$$

Выберите один правильный вариант ответа.

Если  $f(x) \geq 0$  на  $[a; c]$  и  $a < b < c$ , то  $\int_a^b f(x)dx$  может быть равен ...

$$\int_a^c f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$$

$$+ \int_a^c f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$$

$$\int_c^a f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$$

$$\int_c^a f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$$

4 задание: Вычисление определенного интеграла

Выберите один правильный вариант ответа.

Определенный интеграл  $\int_{-2}^{-1} \left( 4x^3 + \frac{1}{x^2} \right) dx$  равен ...

- 14,5
- + - 14,5
- 15,5
- 34,5

Выберите один правильный вариант ответа.

Значение определенного интеграла  $\int_1^2 \frac{e^x dx}{x^2}$  равно ...

- $e^2 - e$
- $+ e - \sqrt{e}$
- $e - e^2$
- $\sqrt{e} - e$

Выберите один правильный вариант ответа.

Значение определенного интеграла  $\int_1^2 \frac{x dx}{x^2 + 3}$  равно...

- $\ln \frac{2}{\sqrt{7}}$
- $-\frac{3}{28}$
- $-\frac{5}{28}$
- $+\frac{1}{2} \ln \frac{7}{4}$

Выберите один правильный вариант ответа.

Значение определенного интеграла  $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1 + \ln x}}$  равно...

- 6
- 0
- 1
- +2

Выберите один правильный вариант ответа.

Значение определенного интеграла  $\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg}^2 x dx}{1+x^2}$  равно ...

$$\begin{aligned} & \frac{\pi^2}{16} \\ & + \frac{\pi^3}{192} \\ & - \frac{\pi^2}{16} \\ & - \frac{\pi^3}{192} \end{aligned}$$

5 задание: Вычисление определенного интеграла

Выберите один правильный вариант ответа.

Определенный интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos 4x dx$  равен ...

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{4} \\ & -4 \\ & 0 \\ & +\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Выберите один правильный вариант ответа.

Определенный интеграл  $\int_1^e \frac{\ln^3 x}{x} dx$  равен ...

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{4} \\ & +\frac{1}{4} \\ & 4 \\ & \frac{1}{4}(e^4 - 1) \end{aligned}$$

Выберите один правильный вариант ответа.

Определенный интеграл  $\int_0^1 x e^x dx$  равен ...

$$\begin{aligned} & \frac{e}{2} \\ & -1 \end{aligned}$$

$$+1$$
$$2e+1$$

Выберите один правильный вариант ответа.

В определенном интеграле  $\int_0^{16} \frac{dx}{3 + \sqrt{x}}$  введена новая переменная

$t = \sqrt{x}$ . Тогда интеграл примет вид ...

$$\int_0^4 \frac{dt}{3 + t}$$
$$\int_0^{16} \frac{2tdt}{3 + t}$$
$$+ \int_0^4 \frac{2tdt}{3 + t}$$
$$\int_0^4 \frac{tdt}{3 + t}$$

Выберите один правильный вариант ответа.

Определенный интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$  равен ...

$$+\frac{\pi}{2} - 1$$
$$\frac{\pi}{2}$$
$$0$$
$$\pi$$

6 задание: Несобственные интегралы

Выберите несколько правильных вариантов ответа.

Сходящимися являются несобственные интегралы ...

$$+\int_1^{+\infty} x^{\frac{5}{2}} dx \text{ (50\%)}$$
$$+\int_1^{+\infty} x^{\frac{3}{2}} dx \text{ (50\%)}$$
$$\int_1^{+\infty} x^{\frac{3}{5}} dx$$
$$\int_1^{+\infty} x^{\frac{2}{3}} dx$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Сходящимися являются несобственные интегралы ...**

$$\int_1^{+\infty} x^{-\frac{2}{3}} dx$$

$$+ \int_1^{+\infty} x^{-3} dx \quad (50\%)$$

$$\int_1^{+\infty} x^{\frac{1}{3}} dx$$

$$+ \int_1^{+\infty} x^{\frac{3}{2}} dx \quad (50\%)$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Сходящимися являются несобственные интегралы ...**

$$\int_1^{+\infty} x^{-\frac{2}{3}} dx$$

$$+ \int_1^{+\infty} x^{\frac{4}{3}} dx \quad (50\%)$$

$$+ \int_1^{+\infty} x^{\frac{7}{3}} dx \quad (50\%)$$

$$\int_1^{+\infty} x^{\frac{1}{3}} dx$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Сходящимися являются несобственные интегралы ...**

$$+ \int_1^{+\infty} x^{-5} dx \quad (50\%)$$

$$\int_1^{+\infty} x^{\frac{1}{5}} dx$$

$$+ \int_1^{+\infty} x^{-3} dx \quad (50\%)$$

$$\int_1^{+\infty} x^{\frac{1}{3}} dx$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Сходящимися являются несобственные интегралы ...**

$$+ \int_1^{+\infty} x^{\frac{5}{3}} dx \quad (50\%)$$

$$+ \int_1^{+\infty} x^{-\frac{8}{3}} dx \quad (50\%)$$

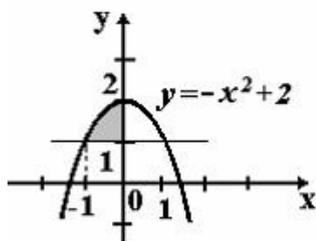
$$\int_1^{+\infty} x^{-\frac{3}{8}} dx$$

$$\int_1^{+\infty} x^{-\frac{3}{5}} dx$$

7 задание: Приложения определенного интеграла

Выберите один правильный вариант ответа.

Площадь фигуры, изображенной на рисунке, определяется интегралом ...



$$\int_{-1}^0 (-x^2 + 2) dx$$

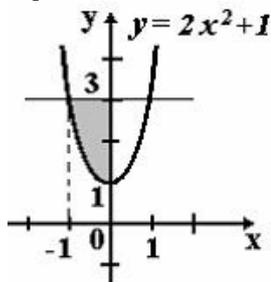
$$\int_0^2 (2 - x^2) dx$$

$$+ \int_{-1}^0 (-x^2 + 1) dx$$

$$\int_{-1}^0 (x^2 - 1) dx$$

Выберите один правильный вариант ответа.

Площадь фигуры, изображенной на рисунке, определяется интегралом ...



$$+ \int_{-1}^0 (2 - 2x^2) dx$$

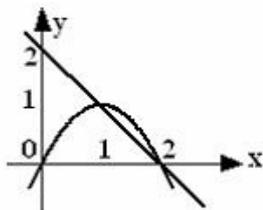
$$\int_{-1}^0 (2x^2 - 2) dx$$

$$\int_0^3 (3 - 2x^2) dx$$

$$\int_{-1}^0 (2x^2 + 1) dx$$

Выберите один правильный вариант ответа.

**Площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = 2x - x^2$  и прямой  $x + y = 2$ , вычисляется с помощью интеграла ...**



$$\int_1^2 (-x^2 + x + 2) dx$$

$$+ \int_1^2 (-x^2 + 3x - 2) dx$$

$$\int_1^2 (x^2 - x - 2) dx$$

$$\int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx$$

Выберите один правильный вариант ответа.

**Площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 3x^2$ ,  $x = 1$ , вычисляется с помощью определенного интеграла ...**

$$\int_0^1 (x^2 - 3x^2) dx$$

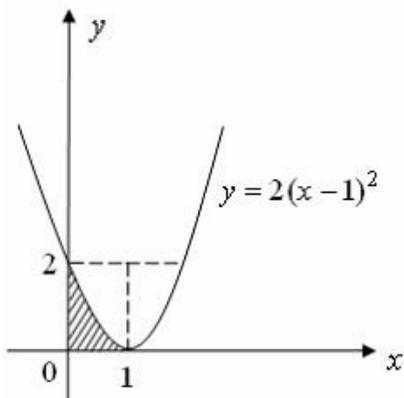
$$\int_0^1 x^2 dx$$

$$\int_0^1 3x^2 dx$$

$$+ \int_0^1 (3x^2 - x^2) dx$$

Выберите один правильный вариант ответа.

Площадь фигуры, изображенной на рисунке, определяется интегралом ...

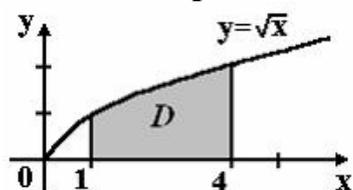


$$\begin{aligned} & -\int_0^2 \left( \sqrt{\frac{y}{2}} + 1 \right) dy \\ & + \int_0^2 \left( -\sqrt{\frac{y}{2}} + 1 \right) dy \\ & \int_0^1 \left( \sqrt{\frac{y}{2}} + 1 \right) dy \\ & \int_0^2 \sqrt{\frac{y}{2}} dy \end{aligned}$$

8 задание: Приложения определенного интеграла

Выберите один правильный вариант ответа.

Площадь криволинейной трапеции  $D$

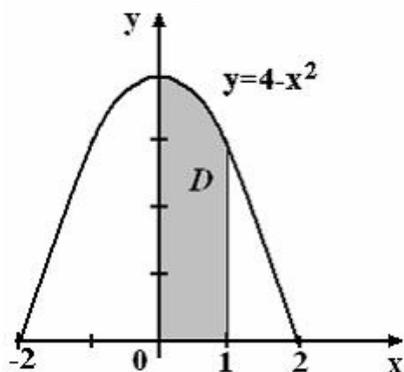


равна ...

$$\begin{aligned} & \frac{10}{3} \\ & \frac{8}{3} \\ & + \frac{14}{3} \\ & \frac{11}{3} \end{aligned}$$

Выберите один правильный вариант ответа.

Площадь криволинейной трапеции  $D$



равна ...

$\frac{10}{3}$

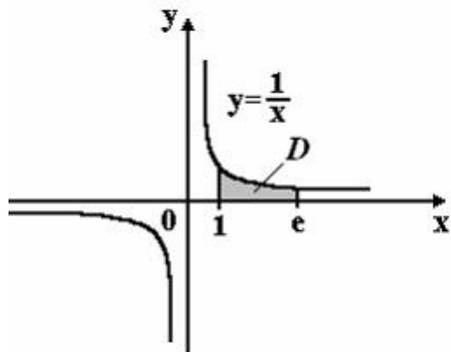
$\frac{8}{3}$

$\frac{14}{3}$

$+\frac{11}{3}$

Выберите один правильный вариант ответа.

Площадь криволинейной трапеции  $D$



равна ...

$2e$

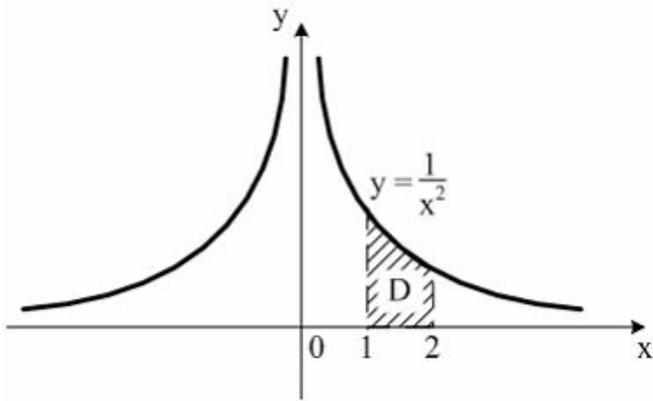
$+1$

$e$

$2$

Выберите один правильный вариант ответа.

Площадь криволинейной трапеции  $D$

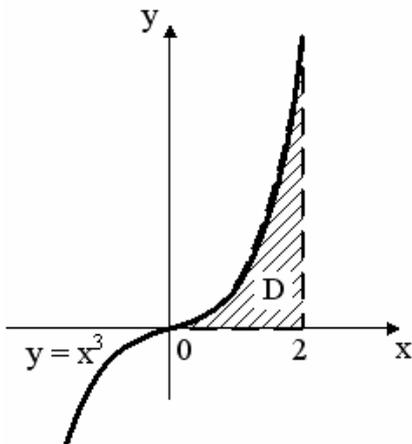


равна ...

- $\frac{1}{4}$
- $+\frac{1}{2}$
- 1
- 2

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Площадь криволинейной трапеции *D***



равна ...

- 3
- 1
- +4
- 2

Таблица 7 – Критерии оценки сформированности компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.	Знает основные понятия и методы интегрального исчисления функций одной переменной, но допускает неточности в доказательствах теоретических утверждений и выводах формул, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 65-75% обязательных заданий проверочных работ	Знает основные понятия и методы интегрального исчисления функций одной переменной, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 76-85% обязательных заданий проверочных работ	Знает основные понятия и методы интегрального исчисления функций одной переменной, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач и нестандартные задачи, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 86-100% обязательных заданий проверочных работ
ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Обладает навыками поиска информации для решения основных типов задач интегрального исчисления функций одной переменной под руководством преподавателя	Обладает навыками самостоятельного поиска информации для решения прикладных задач методами интегрального исчисления функций одной переменной, но испытывает затруднения в ее критическом анализе	Обладает навыками самостоятельного поиска и критического анализа информации для решения прикладных задач методами интегрального исчисления функций одной переменной

<p>ИД-З<sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки</p>	<p>Имеет представление о различных способах решения задач интегрального исчисления функций одной переменной, но умеет решать основные типы задач одним из них</p>	<p>Умеет решать задачи интегрального исчисления функций одной переменной различными способами, допуская незначительные ошибки, но испытывает затруднения при оценке их достоинств и недостатков</p>	<p>Умеет решать задачи интегрального исчисления функций одной переменной различными способами, в том числе и нестандартными, проявляя творчество и элементы исследовательской работы, оценивает достоинства и недостатки возможных вариантов решения</p>
--	---	---	--

## Раздел №6. Дифференциальные уравнения

### Расчетно-графическая работа №3 «Дифференциальные уравнения»

*Типовые задания:*

*Базовый уровень*

**Задание № 1.**

Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

$$y - xy = (1 + x^2)y'.$$

**Задание № 2.**

Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

$$xye^{\frac{x}{y}} + y^2 = x^2 y' e^{\frac{x}{y}}$$

**Задание № 3.**

Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

$$(1 + x^2)y' + y = \operatorname{arctg} x.$$

**Задание № 4.**

Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

$$3xy' + 5y = (4x - 5)y^4.$$

**Задание № 5.**

Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка, допускающего понижение порядка  $(y - 2)y'' = 2(y')^2$ , при указанных начальных условиях  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 1$ .

**Задание № 6.**

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' - 2y' - 8y = 16x^2 + 2.$$

**Задание № 7.**

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' - y' - 2y = 3e^{2x}.$$

**Задание № 8.**

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' + y' - 2y = \cos x - 3 \sin x.$$

*Повышенный уровень*

### **Задание № 9.**

Материальная точка массой  $m$  движется прямолинейно под действием силы, которая пропорциональна квадрату отношения времени

## **Защита расчетно-графической работы №3 «Дифференциальные уравнения»**

### *Типовые задания*

### **Теоретические вопросы:**

#### *Базовый уровень*

1. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
2. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
4. Уравнения Бернулли.
5. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
6. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
7. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида  $P_n(x)$ .
8. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида  $ae^{mx}$ .
9. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида  $a \cos nx + b \sin nx$ .

#### *Повышенный уровень*

10. Какие геометрические задачи сводятся к составлению дифференциальных уравнений (привести пример).
11. Какие физические задачи сводятся к составлению дифференциальных уравнений (привести пример).

### **Задачи:**

#### *Базовый уровень*

№ 1. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциальных уравнений первого порядка:

$$1) (xy^2 + y^2)dx + (x^2 - x^2y)dy = 0;$$

$$2) xdy = \left(y + \sqrt{x^2 + y^2}\right)dx;$$

$$3) (x^2 + y^2)dx - xydy = 0;$$

$$4) x^3 dy = (x^2 - y^2) y dx;$$

$$5) \left( 2x + y \cos \frac{y}{x} \right) dx = x \cos \frac{y}{x} dy;$$

$$6) y' + y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x};$$

$$7) y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x;$$

$$8) (1 + x^2) y' + y = \operatorname{arctg} x;$$

$$9) y' + \frac{2}{x} y = x^2 y^2;$$

$$10) y' - \frac{y}{x} = \frac{(x-1)^2}{y}.$$

№ 2. Найти частное решение (частный интеграл) дифференциального уравнения первого порядка  $(\sqrt{y+1})\sqrt{x}y' - y = 0$ , удовлетворяющее начальному условию  $y(1) = 1$ .

№ 3. Найти частное решение (частный интеграл) дифференциального уравнения второго порядка, удовлетворяющее указанным начальным условиям:

$$1) y'' = 6x + \sin x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 3;$$

$$2) y'' = \frac{y'}{x} + xe^x, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 0;$$

$$3) y'' = \frac{y'}{x \ln x}, \quad y(e) = 0, \quad y'(e) = 1;$$

$$4) (1-y)y'' + 2(y')^2 = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$$

№ 4. Решить дифференциальные уравнения второго порядка:

$$1) y'' - 2y' = 6x^2 - 10x - 12;$$

$$2) y'' - 2y' + 10y = 10x^2 + 18x + 6;$$

$$3) 9y'' + 6y' + y = 2\sqrt[3]{e^{-x}};$$

$$4) y'' + 9y = 5 \cos 2x;$$

$$5) 2y'' + y = \sin \frac{x}{\sqrt{2}}.$$

*Повышенный уровень*

№5. Найти уравнение кривой, проходящей через точку  $M_0(1;3)$ , если произведение углового коэффициента касательной, проведенной в любой точке этой кривой, на абсциссу точки касания равно полусумме координат точки касания.

№ 6. Скорость охлаждения тела в воздухе пропорциональна разности температур тела и воздуха. В начальный момент времени температура тела

составляла  $100^\circ$ ; через 20 минут тело остыло до  $60^\circ$ . Через сколько минут температура тела изменится от  $100^\circ$  до  $25^\circ$ , если температура воздуха постоянно равна  $20^\circ$ ?

№7. Скорость распада радия пропорциональна количеству нераспавшегося радия. Количество радия в начале процесса ( $t = 0$ ) было равно  $x_0$ . Известно, что за 1600 лет распадается половина первоначального количества.

1) Через сколько лет количество нераспавшегося радия будет составлять 80% первоначального?

2) Определить, какой процент радия сохранится через 300 лет.

### Письменное тестирование

#### 1 задание: Типы дифференциальных уравнений

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Среди перечисленных дифференциальных уравнений уравнениями первого порядка являются ...**

$$+ 2x^2 y' - y^2 + 3y - 11 = 0 \quad (50 \%)$$

$$2x \frac{d^2 y}{dx^2} + xy \frac{dy}{dx} + 11 = 0$$

$$y \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + y^2 = y$$

$$+ x^2 \frac{dz}{dx} - y \frac{dz}{dy} = 0 \quad (50 \%)$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Среди перечисленных дифференциальных уравнений уравнениями первого порядка являются ...**

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + y \frac{dy}{dx} - 2xy^2 = 8x$$

$$y \frac{d^2 y}{dx^2} + 9y \frac{dy}{dx} + xy = 0$$

$$+ x^3 y' + 4x^2 y - 3x + 1 = 0 \quad (50 \%)$$

$$+ xy \frac{dz}{dx} + 5x^2 y \frac{dz}{dy} = 0 \quad (50 \%)$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Среди перечисленных дифференциальных уравнений уравнениями второго порядка являются ...**

$$x^2 y' - 5xy^2 + x - y = 0$$

$$x^2 \frac{dz}{dx} + 3y \frac{dz}{dy} = 0$$

$$+ x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2y \frac{dy}{dx} - xy = x \quad (50 \%)$$

$$+ x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - xy^2 \frac{dy}{dx} + 4xy = 0 \quad (50 \%)$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Среди перечисленных дифференциальных уравнений уравнениями второго порядка являются ...**

$$xy \frac{dz}{dx} + 5y^2 \frac{dz}{dy} = 0$$

$$x^2 y' + 2y - 15x + 3 = 0$$

$$+ xy \frac{d^2y}{dx^2} + y \frac{dy}{dx} + 3y = 7x \quad (50 \%)$$

$$+ y \frac{d^2y}{dx^2} + 4y \frac{dy}{dx} + 12x = 0 \quad (50 \%)$$

*Выберите несколько правильных вариантов ответа.*

**Из данных дифференциальных уравнений уравнениями с разделяющимися переменными являются ...**

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y^3}{x^3}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} + 1$$

$$+ \frac{dy}{dx} - y^2 = y^2 e^x \quad (50 \%)$$

$$+ y \frac{dy}{dx} + 2x^4 y = 0 \quad (50 \%)$$

2 задание: Дифференциальные уравнения первого порядка

*Введите Ваш вариант ответа.*

**Если  $y(x)$  — решение уравнения  $y' = e^{x-y}$ , удовлетворяющее условию  $y(0) = 0$ , тогда  $y(4)$  равно ...**

4

*Введите Ваш вариант ответа.*

Если  $y(x)$  — решение уравнения  $y' = \frac{y}{x-1}$ , удовлетворяющее условию  $y(2)=1$ , тогда  $y(1)$  равно ...  
0

*Введите Ваш вариант ответа.*

Если  $y(x)$  — решение уравнения  $y' = \cos 2x \cdot y$ , удовлетворяющее условию  $y(0)=1$ , тогда  $y(3\pi)$  равно ...  
1

*Введите Ваш вариант ответа.*

Если  $y(x)$  — решение уравнения  $y' = \frac{y-1}{x}$ , удовлетворяющее условию  $y(2)=3$ , тогда  $y(1)$  равно ...  
2

*Введите Ваш вариант ответа.*

Если  $y(x)$  — решение уравнения  $y' = \sin 2x \cdot y$ , удовлетворяющее условию  $y\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$ , тогда  $y\left(\frac{3\pi}{4}\right)$  равно ...  
1

3 задание: Дифференциальные уравнения первого порядка

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их общими интегралами.**

1. $y' - 8x^7 y = 0$	3. $\ln y  = 3x^2 + C$ (33,3%)
2. $y' - 6x^5 y = 0$	$\ln y  = 6x^2 + C$
3. $y' = 6xy$	2. $\ln y  = x^6 + C$ (33,3%)
	1. $\ln y  = x^8 + C$ (33,3%)

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их общими интегралами.**

1. $y' - 9x^8 y = 0$	3. $\ln y  = \frac{7}{2}x^2 + C$ (33,3%)
2. $y' - 7x^6 y = 0$	$\ln y  = 7x^2 + C$
3. $y' = 7xy$	2. $\ln y  = x^7 + C$ (33,3%)

	1. $\ln y  = x^9 + C$ (33,3%)
--	-------------------------------

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их общими интегралами.**

1. $y' - 11x^{10}y = 0$	3. $\ln y  = \frac{3}{2}x^2 + C$ (33,3%)
2. $y' - 3x^2y = 0$	$\ln y  = 3x^2 + C$
3. $y' = 3xy$	2. $\ln y  = x^3 + C$ (33,3%)
	1. $\ln y  = x^{11} + C$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их общими интегралами.**

1. $y' - 6x^5y = 0$	3. $\ln y  = 2x^2 + C$ (33,3%)
2. $y' - 4x^3y = 0$	$\ln y  = 4x^2 + C$
3. $y' = 4xy$	2. $\ln y  = x^4 + C$ (33,3%)
	1. $\ln y  = x^6 + C$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их общими интегралами.**

1. $y' - 14x^{13}y = 0$	3. $\ln y  = 7x^2 + C$ (33,3%)
2. $y' - 7x^6y = 0$	$\ln y  = 14x^2 + C$
3. $y' = 14xy$	2. $\ln y  = x^7 + C$ $\ln y  = x^7 + C$ (33,3%)
	1. $\ln y  = x^{14} + C$ (33,3%)

4 задание: Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:**

1. $4y'' + 3y' - 2y = 0$	3. $4k^2 + k = 0$ (33,3%)
2. $4y'' + 3y' = 0$	$4k^2 + 3 = 0$
3. $4y'' + y' = 0$	2. $4k^2 + 3k = 0$ (33,3%)
	$k^2 + 2k = 0$
	1. $4k^2 + 3k - 2 = 0$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:**

1. $4y'' - 3y' - 2y = 0$	2. $4k^2 - 3k = 0$ (33,3%)
2. $4y'' - 3y' = 0$	$-3k^2 + 4 = 0$
3. $-3y'' + 4y' = 0$	$4k^2 - k = 0$
	1. $4k^2 - 3k - 2 = 0$ (33,3%)
	3. $-3k^2 + 4k = 0$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:**

1. $8y'' + 7y' - 6y = 0$	2. $8k^2 + 7k = 0$ (33,3%)
2. $8y'' + 7y' = 0$	$8k^2 - 6 = 0$
3. $8y'' - 6y' = 0$	3. $8k^2 - 6k = 0$ (33,3%)
	$7k^2 - 6k = 0$
	1. $8k^2 + 7k - 6 = 0$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:**

1. $9y'' + 6y' - 2y = 0$	$6k^2 - 2k = 0$
2. $9y'' - 2y' = 0$	2. $9k^2 - 2k = 0$ (33,3%)
3. $9y'' + 6y' = 0$	$9k^2 - 2 = 0$
	3. $9k^2 + 6k = 0$ (33,3%)
	1. $9k^2 + 6k - 2 = 0$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его характеристическим уравнением:**

1. $y'' + 2y' - 3y = 0$	2. $k^2 + k = 0$ (33,3%)
2. $y'' + y' = 0$	3. $k^2 - 3k = 0$ (33,3%)
3. $y'' - 3y' = 0$	$k^2 + 2k = 0$
	$k^2 - 3 = 0$
	1. $k^2 + 2k - 3 = 0$ (33,3%)

5 задание: Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и общим видом его частного решения:**

1. $y'' + 3y' + 3y = 4 + 4x$	2. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x)x$ (33,3%)
2. $y'' + 3y' = 4 + 4x$	3. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x)x^2$ (33,3%)
3. $y'' - 2 = 2 + 4x$	$y(x)_{\text{частное}} = C_0 + C_1x^2$
	1. $y(x)_{\text{частное}} = C_0 + C_1x$ (33,3%)
	$y(x)_{\text{частное}} = C_0x$

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и общим видом его частного решения:**

1. $y'' + 5y' + 4y = 5 + 4x$	1. $y(x)_{\text{частное}} = C_0 + C_1x$ (33,3%)
2. $y'' + 5y = 4 + 5x$	2. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x)x$ (33,3%)
3. $y'' - 2 = 2 + 5x$	$y(x)_{\text{частное}} = C_0 + C_1x^2$
	$y(x)_{\text{частное}} = C_0x$
	3. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x)x^2$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и общим видом его частного решения:**

1. $y'' - 4y' + 3y = 1 + 4x + 3x^2$	2. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x + C_2x^2)x$ (33,3%)
2. $y'' - 4y' = 1 + 4x + 3x^2$	3. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x + C_2x^2)x^2$ (33,3%)
3. $y'' + 2 = 3 + 4x + 3x^2$	$y(x)_{\text{частное}} = C_0x + C_1x^2$
	$y(x)_{\text{частное}} = (C_0x + C_1x^2)x$
	1. $y(x)_{\text{частное}} = C_0 + C_1x + C_2x^2$ (33,3%)

Соотнесите элементы двух списков.

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и общим видом его частного решения:**

1. $y'' + 2y' + 2y = 5 + 5x + 2x^2$	3. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x + C_2x^2)x^2$ (33,3%)
2. $y'' + 2y' = 5 + 5x + 2x^2$	$y(x)_{\text{частное}} = C_0x + C_1x^2$
3. $y'' - 2 = 3 + 5x + 2x^2$	2. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x + C_2x^2)x$ (33,3%)
	$y(x)_{\text{частное}} = (C_0x + C_1x^2)x$
	1. $y(x)_{\text{частное}} = C_0 + C_1x + C_2x^2$ (33,3%)

*Соотнесите элементы двух списков.*

**Установите соответствие между дифференциальным уравнением и общим видом его частного решения:**

1. $y'' + 2y' + 2y = 5 - 5x - 2x^2$	$y(x)_{\text{частное}} = (C_0x - C_1x^2)x$
2. $y'' + 2y' = 5 - 5x - 2x^2$	1. $y(x)_{\text{частное}} = C_0 + C_1x + C_2x^2$ (33,3%)
3. $y'' - 2 = 3 - 5x + 2x^2$	2. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x + C_2x^2)x$ (33,3%)
	3. $y(x)_{\text{частное}} = (C_0 + C_1x + C_2x^2)x^2$ (33,3%)
	$y(x)_{\text{частное}} = C_0x - C_1x^2$

*6 задание: Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка*

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Общее решение дифференциального уравнения  $y'' = e^{3x} + 5$  имеет**

**вид ...**

$$+ y = \frac{1}{9}e^{3x} + \frac{5}{2}x^2 + C_1x + C_2$$

$$y = \frac{1}{3}e^{3x} + 5x + C$$

$$y = e^{3x} + x^2 + C_1x + C_2$$

$$y = \frac{1}{9}e^{3x} + \frac{5}{2}x^2 + x$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Общее решение дифференциального уравнения  $xy'' - y' = 0$  при  $y \neq 0$**

**имеет вид ...**

$$y = \frac{x^2}{2}$$

$$y + Cx, \quad C \neq 0$$

$$y = C_1 \ln|x| + C_2, \quad C_1 \neq 0, \quad C_2 \neq 0$$

$$+ y = C_1 \frac{x^2}{2} + C_2, \quad C_1 \neq 0, \quad C_2 \neq 0$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Общее решение дифференциального уравнения  $y''' = x + 3$  имеет вид**

...

$$+ y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

$$y = x^4 + x^3 + C_1x^2 + C_2x + C_3$$

$$y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + C$$

$$y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Общее решение дифференциального уравнения  $y''' = 12x + 8$  имеет**

**вид ...**

$$y = \frac{1}{2}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + C$$

$$y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

$$y = x^4 + x^3 + C_1x^2 + C_2x + C_3$$

$$+ y = \frac{1}{2}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Общее решение дифференциального уравнения  $y''' = \cos 7x$  имеет вид**

...

$$y = -\frac{1}{343} \sin 7x + C$$

$$+ y = -\frac{1}{343} \sin 7x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

$$y = -\sin 7x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

$$y = \frac{1}{343} \sin 7x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

Таблица 8 – Критерии оценки сформированности компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.	Знает основные понятия о дифференциальных уравнениях и методы их решения, но допускает неточности в доказательствах теоретических утверждений и выводах формул, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 65-75% обязательных заданий проверочных работ	Знает основные понятия о дифференциальных уравнениях и методы их решения, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 76-85% обязательных заданий проверочных работ	Знает основные понятия о дифференциальных уравнениях и методы их решения, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач и нестандартные задачи, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 86-100% обязательных заданий проверочных работ
ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Обладает навыками поиска информации для решения основных типов дифференциальных уравнений под руководством преподавателя	Обладает навыками самостоятельного поиска информации для решения прикладных задач с помощью дифференциальных уравнений, но испытывает затруднения в ее критическом анализе	Обладает навыками самостоятельного поиска и критического анализа информации для решения прикладных задач с помощью дифференциальных уравнений
ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает	Имеет представление о о	Умеет решать прикладные задачи	Умеет решать прикладные задачи

возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	способе решения прикладных задач с помощью дифференциальных уравнений, но испытывает трудности при их решении	с помощью дифференциальных уравнений, но испытывает затруднения при оценке достоинств и недостатков данного метода	с помощью дифференциальных уравнений, оценивает достоинства и недостатки данного метода
---	---	--	---

## Модуль 7. Теория вероятностей

### Контрольная работа № 5 «Теория вероятностей»

#### Типовые задания

#### Базовый уровень

##### Задание № 1.

Вероятности бесперебойной работы для каждого из двух станков соответственно равны 0,95 и 0,8. Найти вероятность того, что за смену: а) произойдет остановка только одного станка; б) остановится хотя бы один станок.

##### Задание № 2.

Вероятность того, что семя злака прорастет, равна 0,9. Найти вероятность того, что из 100 посаженных семян прорастет ровно 95.

##### Задание № 3.

Дана вероятность  $p=0,8$  появления события  $A$  в каждом из  $n=360$  независимых испытаний. Найти вероятность того, что в этих испытаниях событие  $A$  появится не менее  $k_1=280$  раз и не более  $k_2=300$  раз.

##### Задание № 4.

Случайная величина  $X$  задана рядом распределения:

$X$	-3	1	2
$p$	0,1	0,6	0,3

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .

##### Задание № 5.

Случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1, \\ \frac{1}{2}(x^2 - x), & \text{при } 1 < x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найти:

- 1) дифференциальную функцию  $f(x)$  (плотность вероятности);
- 2) математическое ожидание  $M(X)$ ;
- 3) дисперсию  $D(X)$ ;
- 4) построить графики функций  $F(x)$  и  $f(x)$ .

*Повышенный уровень:*

**Задание № 6.**

Текущая цена ценной бумаги представляет собой нормально распределенную случайную величину  $X$  со средним 100 усл. ед. и дисперсией 9. Найти вероятность того, что цена актива будет находиться в пределах от 91 до 109 усл. ед.

## Письменное тестирование

### 1 задание: Определение вероятности события

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Игральная кость бросается один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет 6 очков, равна ...**

- $+\frac{1}{6}$
- 0,1
- 0
- 1

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Из урны, в которой находятся 4 белых и 7 черных шаров, вынимают наудачу один шар. Тогда вероятность того, что этот шар будет белым, равна ...**

- 1
- $\frac{1}{3}$
- $+\frac{4}{11}$

$$\frac{4}{7}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Из урны, в которой находятся 5 белых и 9 черных шаров, вынимают наудачу один шар. Тогда вероятность того, что этот шар будет черным, равна ...**

$$1$$

$$\frac{5}{14}$$

$$\frac{14}{14}$$

$$\frac{14}{9}$$

$$9$$

$$+\frac{9}{14}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Вероятность того, что при бросании игрального кубика выпадет более 4 очков, составляет ...**

$$\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{11}$$

$$\frac{1}{11}$$

$$11$$

$$11$$

$$+\frac{1}{3}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Игральная кость бросается один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет менее трех очков, равна ...**

$$\frac{1}{6}$$

$$+\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{2}$$

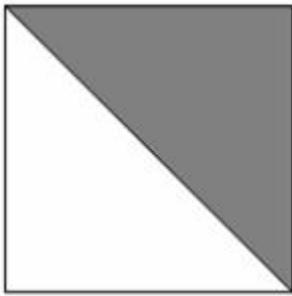
$$\frac{2}{3}$$

$$3$$

2 задание: Геометрическая вероятность

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В квадрат со стороной 12 брошена точка.**

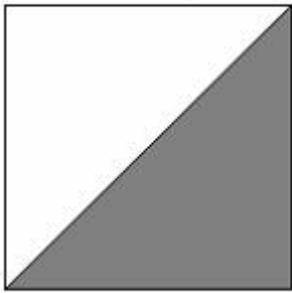


Тогда вероятность того, что она попадет в выделенную область, равна ...

$$\frac{2}{5}$$
$$\frac{1}{12}$$
$$+\frac{1}{2}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В квадрат со стороной 9 брошена точка.**

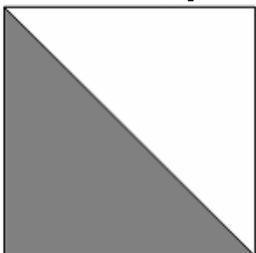


Тогда вероятность того, что она попадет в выделенную область, равна ...

$$\frac{2}{5}$$
$$+\frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{12}$$
$$40,5$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

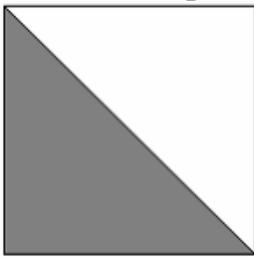
**В квадрат со стороной 5 брошена точка.**



Тогда вероятность того, что она попадет в выделенную область, равна ...

$$\begin{aligned}
 &+\frac{1}{2} \\
 &\frac{2}{5} \\
 &\frac{1}{5} \\
 &12,5
 \end{aligned}$$

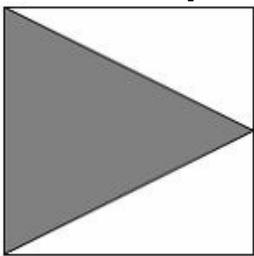
*Выберите один правильный вариант ответа.*  
**В квадрат со стороной 11 брошена точка.**



**Тогда вероятность того, что она попадет в выделенную область, равна ...**

$$\begin{aligned}
 &+\frac{1}{2} \\
 &\frac{2}{11} \\
 &\frac{1}{11} \\
 &60,5
 \end{aligned}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*  
**В квадрат со стороной 11 брошена точка.**



**Тогда вероятность того, что она попадет в выделенную область, равна ...**

$$\begin{aligned}
 &\frac{2}{11} \\
 &+\frac{1}{2} \\
 &\frac{1}{11} \\
 &60,5
 \end{aligned}$$

3 задание: Теоремы умножения вероятностей

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Из урны, в которой находятся 6 черных и 10 белых шаров, вынимают одновременно 2 шара. Тогда вероятность того, что оба шара будут белыми, равна ...**

$$+\frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{10}$$

$$\frac{5}{8}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В урне находятся 2 белых и 3 черных шара. Из урны поочередно вынимают два шара, но после первого вынимания шар возвращается в урну, и шары в урне перемешиваются. Тогда вероятность того, что оба шара белые, равна ...**

$$+\frac{4}{25}$$

$$\frac{2}{25}$$

$$\frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{25}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В урне находятся 4 белых и 2 черных шара. Из урны поочередно вынимают два шара. При этом после первого вынимания шар возвращается в урну, и шары в урне перемешиваются. Тогда вероятность того, что оба шара белые, равна**

$$\frac{1}{36}$$

$$+\frac{4}{9}$$

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{9}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В урне находятся 2 белых и 2 черных шара. Из урны поочередно вынимают два шара. Тогда вероятность того, что оба шара белые равна**

...

$$+\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{6}$$

$$\frac{2}{5}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В урне находятся 3 белых и 5 черных шаров. Из урны поочередно вынимают два шара. Тогда вероятность того, что оба шара белые равна**

...

$$+\frac{3}{28}$$

$$\frac{37}{56}$$

$$\frac{9}{64}$$

$$\frac{5}{64}$$

$$\frac{5}{64}$$

$$\frac{5}{64}$$

$$\frac{5}{64}$$

4 задание: Теоремы сложения, умножения вероятностей

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелков равны 0,7 и 0,2 соответственно. Тогда вероятность того, что в цель попадут оба стрелка, равна ...**

$$0,9$$

$$+0,14$$

$$0,12$$

$$0,24$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелков равны 0,5 и 0,3 соответственно. Тогда вероятность того, что в цель попадут оба стрелка, равна ...**

+0,15  
0,8  
0,12  
0,35

*Выберите один правильный вариант ответа.*

Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелков равны 0,7 и 0,4 соответственно. Тогда вероятность того, что в цель попадет только один стрелок, равна ...

+0,54  
0,7  
0,4  
+0,28

*Выберите один правильный вариант ответа.*

Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелков равны 0,6 и 0,7 соответственно. Тогда вероятность того, что в цель попадет только один стрелок, равна ...

0,42  
+0,46  
0,6  
0,7

*Выберите один правильный вариант ответа.*

Два предприятия производят разнотипную продукцию. Вероятности их банкротства в течение года равны 0,1 и 0,2 соответственно. Тогда вероятность того, что в течение года обанкротится хотя бы одно предприятие, равна ...

0,02  
0,72  
0,2  
+0,28

5 задание: Формула полной вероятности. Формула Байеса

*Выберите один правильный вариант ответа.*

Событие  $A$  может наступить лишь при условии появления одного из двух несовместных событий  $B_1$  и  $B_2$ , образующих полную группу событий. Известны вероятность  $P(B_1) = \frac{1}{4}$  и условные вероятности

$P(A/B_1) = \frac{1}{2}$ ,  $P(A/B_2) = \frac{2}{3}$ . Тогда вероятность  $P(A)$  равна ...

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{5}{8} - \frac{3}{8}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Событие  $A$  может наступить лишь при условии появления одного из двух несовместных событий  $B_1$  и  $B_2$ , образующих полную группу событий. Известны вероятность  $P(B_1) = \frac{2}{5}$  и условные вероятности**

**$P(A/B_1) = \frac{1}{4}$ ,  $P(A/B_2) = \frac{1}{2}$ . Тогда вероятность  $P(A)$  равна ...**

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} - \frac{3}{5} + \frac{2}{5}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Событие  $A$  может наступить лишь при условии появления одного из двух несовместных событий  $B_1$  и  $B_2$ , образующих полную группу событий. Известны вероятность  $P(B_1) = \frac{3}{7}$  и условные вероятности**

**$P(A/B_1) = \frac{1}{3}$ ,  $P(A/B_2) = \frac{1}{2}$ . Тогда вероятность  $P(A)$  равна ...**

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{3}{7} - \frac{4}{7}$$

Выберите один правильный вариант ответа.

В первой урне 4 белых и 6 черных шаров. Во второй урне 1 белый и 9 черных шаров. Из наудачу взятой урны вынули один шар. Тогда вероятность того, что этот шар окажется белым, равна...

- 0,15
- +0,25
- 0,5
- 0,3

Выберите один правильный вариант ответа.

В первой урне 4 черных и 6 белых шаров. Во второй урне 3 белых и 7 черных шаров. Из наудачу взятой урны вынули один шар. Тогда вероятность того, что этот шар окажется белым, равна ...

- +0,45
- 0,4
- 0,15
- 0,9

6 задание: Дискретные случайные величины

Выберите один правильный вариант ответа.

Дан закон распределения вероятностей дискретной случайной величины  $X$ :

$X$	1	2	3	4
$p$	0,2	0,3	0,4	$a$

Тогда значение  $a$  равно...

- 0,7
- 0,7
- 0,2
- +0,1

Выберите один правильный вариант ответа.

Дан закон распределения вероятностей дискретной случайной величины  $X$ :

$X$	1	2	3	4
$p$	0,1	$a$	0,2	0,6

Тогда значение  $a$  равно...

- 0,9
- +0,1
- 0,2
- 0,9

Выберите один правильный вариант ответа.

Дан закон распределения вероятностей дискретной случайной величины  $X$ :

$X$	1	2	3	4
$p$	0,1	$a$	0,5	0,3

Тогда значение  $a$  равно...

- 0,9
- +0,1
- 0,3
- 0,9

Выберите один правильный вариант ответа.

Дан закон распределения вероятностей дискретной случайной величины  $X$ :

$X$	1	2	3	4
$p$	0,2	0,3	$a$	0,1

Тогда значение  $a$  равно...

- 0,6
- 0,3
- 0,6
- +0,4

Выберите один правильный вариант ответа.

Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей

$X$	1	2	4	5
$p$	0,2	0,1	$a$	$b$

Тогда значения  $a$  и  $b$  могут быть равны ...

- $a = 0,4, b = 0,2$
- $a = 0,7, b = 0,7$
- $+a = 0,4, b = 0,3$
- $a = 0,2, b = 0,1$

7 задание: Дискретные случайные величины (числовые характеристики)

Выберите один правильный вариант ответа.

Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей

$X$	- 2	$x_2$	4
-----	-----	-------	---

$p$	0,5	0,2	0,3
-----	-----	-----	-----

Если математическое ожидание  $M(X) = 0,4$ , то значение  $x_2$  равно ...

- +1
- 3
- 1
- 2

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей**

$X$	1	2	$x_3$
$p$	0,1	0,1	0,8

Если математическое ожидание  $M(X) = 5,1$ , то значение  $x_3$  равно ...

- +6
- 7
- 3
- 4

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:**

$X$	-1	0	3
$p$	0,1	0,3	0,6

Тогда математическое ожидание случайной величины  $Y = 5X$  равно...

- 10
- 6,7
- 9,5
- +8,5

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:**

$X$	-1	0	3
$p$	0,1	0,3	0,6

Тогда математическое ожидание случайной величины  $Y = 6X$  равно...

- +10,2
- 11,4

12  
7,7

Выберите один правильный вариант ответа.

Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

$X$	-1	0	4
$p$	0,1	0,3	0,6

Тогда математическое ожидание случайной величины  $Y = 4X$  равно...

10  
+9,2  
12  
6,3

8 задание: Непрерывная случайная величина

Выберите один правильный вариант ответа.

Непрерывная случайная величина задана функцией распределения вероятностей:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Тогда плотность распределения вероятностей имеет вид...

$$+ f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{2x}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 0 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{2x}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{2x}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 0 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^3}{27} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ x & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Непрерывная случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения вероятностей**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ 1 - x^2, & -1 < x \leq 0, \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

**Тогда значение дифференциальной функции распределения вероятностей этой случайной величины в точке  $x = -\frac{1}{2}$  равно ...**

- +1
- $\frac{3}{4}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{2}$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Непрерывная случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения вероятностей**

$$F(x) = \begin{cases} C, & x \leq -1, \\ 2x + 2, & -1 < x \leq -\frac{1}{2}, \\ 1, & x > -\frac{1}{2} \end{cases}$$

**Тогда значение  $C$  равно ...**

- +0
- 0,3
- $\frac{1}{2}$
- 1

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Непрерывная случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения вероятностей**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{16} & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ C & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

**Тогда значение  $C$  равно ...**

- 0
- 0,3
- $\frac{1}{2}$
- +1

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Непрерывная случайная величина  $X$  задана дифференциальной функцией распределения вероятностей**

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 2, \\ C & \text{при } 2 < x \leq 6, \\ 0 & \text{при } x > 6. \end{cases}$$

**Тогда значение  $C$  равно ...**

- 0
- 0,3
- +0,25
- 4

9 задание: Непрерывная случайная величина

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Непрерывная случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения вероятностей**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

**Тогда вероятность, что эта случайная величина примет значение, заключенное в интервале  $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$ , равна ...**

- $+\frac{3}{4}$
- 1

$$\frac{1}{4}$$
$$\frac{1}{2}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Непрерывная случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения вероятностей**

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{16} & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

**Тогда вероятность, что эта случайная величина примет значение, заключенное в интервале  $(2; 6)$ , равна ...**

$$+\frac{3}{4}$$
$$1$$
$$\frac{1}{4}$$
$$\frac{1}{2}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Непрерывная случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения вероятностей**

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1, \\ \frac{x^2 - x}{2} & \text{при } 1 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

**Тогда вероятность, что эта случайная величина примет значение, заключенное в интервале  $(-1; 3)$ , равна ...**

$$\frac{3}{4}$$
$$+1$$
$$\frac{1}{4}$$
$$\frac{1}{2}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Непрерывная случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения вероятностей**

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{25} & \text{при } 0 < x \leq 5, \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

**Тогда вероятность, что эта случайная величина примет значение, заключенное в интервале  $(-1; 2)$ , равна ...**

$$\begin{aligned} & \frac{3}{25} \\ & 1 \\ & \frac{1}{25} \\ & + \frac{4}{25} \end{aligned}$$

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Непрерывная случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения вероятностей**

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 2, \\ \frac{x^2 - 2x}{3} & \text{при } 2 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

**Тогда вероятность, что эта случайная величина примет значение, заключенное в интервале  $(2,4; 4)$ , равна ...**

$$\begin{aligned} & +0,68 \\ & 0 \\ & 0,25 \\ & 0,5 \end{aligned}$$

10 задание: Виды законов распределения случайных величин

*Введите Ваш вариант ответа.*

**Случайная величина распределена равномерно на интервале  $(8;12)$ . Тогда ее математическое ожидание равно ...**

$$10$$

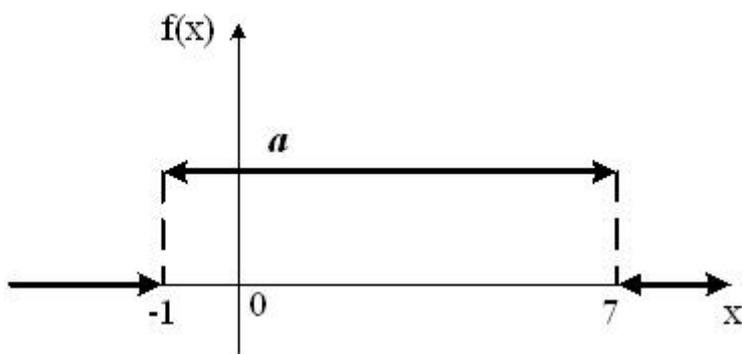
*Введите Ваш вариант ответа.*

**Случайная величина распределена равномерно на интервале  $(4;14)$ . Тогда ее математическое ожидание равно ...**

$$9$$

Выберите один правильный вариант ответа.

График плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$ , распределённой равномерно в интервале  $(-1; 7)$ , имеет вид:



Тогда значение  $a$  равно ...

$+\frac{1}{8}$

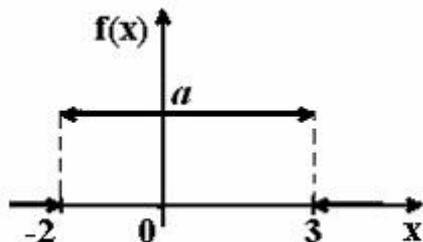
$\frac{1}{6}$

1

$\frac{1}{7}$

Выберите один правильный вариант ответа.

График плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$ , распределённой равномерно в интервале  $(-2; 3)$ , имеет вид:



Тогда значение  $a$  равно ...

$+\frac{1}{5}$

$\frac{1}{3}$

1

$\frac{1}{2}$

Выберите один правильный вариант ответа.

**Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью**

**распределения вероятностей  $f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-4)^2}{18}}$ . Тогда математическое**

**ожидание этой нормально распределённой случайной величины равно**

...

+4

9

18

3

**Таблица 9 – Критерии оценки сформированности компетенций**

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
ИД-1 <sub>ук-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.	Знает основные понятия и методы теории вероятностей, но допускает неточности в доказательствах теоретических утверждений и выводах формул, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 65-75% обязательных заданий проверочных работ	Знает основные понятия и методы теории вероятностей, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 76-85% обязательных заданий проверочных работ	Знает основные понятия и методы теории вероятностей, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач и нестандартные задачи, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 86-100% обязательных заданий проверочных работ
ИД-2 <sub>ук-1</sub> Находит и критически анализирует	Обладает навыками поиска информации для решения	Обладает навыками самостоятельного поиска информации	Обладает навыками самостоятельного

информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	основных типов задач теории вероятностей под руководством преподавателя	для решения прикладных задач теории вероятностей, но испытывает затруднения в ее критическом анализе	поиска и критического анализа информации для решения прикладных задач теории вероятностей
ИД-3 <sub>ук-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Имеет представление о различных способах решения задач теории вероятностей, но умеет решать основные типы задач одним из них	Умеет решать задачи теории вероятностей различными способами, допуская незначительные ошибки, но испытывает затруднения при оценке их достоинств и недостатков	Умеет решать задачи теории вероятностей различными способами, в том числе и нестандартными, проявляя творчество и элементы исследовательской работы, оценивает достоинства и недостатки возможных вариантов решения
ИД-5 <sub>ук-1</sub> Определяет и оценивает последствия возможных решений задачи	Имеет представление о последствиях возможных решений задач теории вероятностей	Умеет определять последствия возможных решений задач теории вероятностей, но испытывает затруднение в оценке и содержательной интерпретации полученных результатов	Умеет определять и оценивать последствия возможных решений задач теории вероятностей, осуществлять содержательную интерпретацию полученных результатов

## Раздел №8. Основы математической статистики

### Индивидуальное домашнее задание № 3 «Вариационные ряды»

#### *Типовые задания*

#### *Базовый уровень*

#### **Задание №1.**

Заданы результаты обследования. Требуется:

- 1) построить вариационный ряд и гистограмму относительных частот;

2) вычислить выборочную среднюю  $\bar{x}_e$ , «исправленную» дисперсию  $s^2$ , «исправленное» среднее квадратическое отклонение  $s$ , коэффициент вариации  $V$ , среднее квадратическое отклонение выборочной средней  $\sigma_{\bar{x}_e}$ ;

3) с надежностью 95% указать доверительный интервал для оценки генеральной средней  $\bar{x}_g$ .

Номер наблюдения	Значение величины
1	3,1
2	4,2
3	5,0
4	4,6
5	6,4
6	5,3
7	3,8
8	5,1
9	4,9
10	5,4
11	5,9
12	6,5
13	5,5
14	5,7
15	4,7
16	5,6
17	5,8
18	7,3
19	4,7
20	5,5

*Повышенный уровень*

**Задание № 2.**

Дана выборка значений нормально распределенного признака  $X$  (в первой строке таблицы указаны значения признака  $x_i$ , во второй – соответствующие им частоты  $n_i$ ).

Найти:

- 1) выборочную среднюю  $\bar{x}_e$ ;
- 2) выборочную дисперсию  $D_e$ ;
- 2) исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение  $s$ .

$x_i$	65	70	75	80	85	90	95
$n_i$	3	7	10	40	20	12	8

## Письменное тестирование

### 1 задание: Статистическое распределение выборки (выборочная средняя)

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В результате 6 измерений длины стержня (без математических погрешностей) были получены следующие результаты (в мм):**

**90, 95, 104, 108, 115, 112. Тогда выборочная средняя длины стержня (в мм) равна ...**

+104

108

90

112

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В результате 6 измерений длины стержня (без математических погрешностей) были получены следующие результаты (в мм):**

**95, 105, 108, 110, 115, 112. Тогда выборочная средняя длины стержня (в мм) равна ...**

+107,5

108

95

112

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В результате 6 измерений длины стержня (без математических погрешностей) были получены следующие результаты (в мм):**

**95, 105, 108, 110, 116, 120. Тогда выборочная средняя длины стержня (в мм) равна ...**

+109

108

95

116

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В результате 6 измерений длины стержня (без математических погрешностей) были получены следующие результаты (в мм):**

**90, 105, 108, 110, 115, 120. Тогда выборочная средняя длины стержня (в мм) равна ...**

+108

108

90

110

Выберите один правильный вариант ответа.

В результате 6 измерений длины стержня (без математических погрешностей) были получены следующие результаты (в мм):

90, 105, 108, 110, 126, 130. Тогда выборочная средняя длины стержня (в мм) равна ...

- 108
- +111,5
- 90
- 110

2 задание: Статистическое распределение выборки (частота варианты)

Введите Ваш вариант ответа.

Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма  $n=50$ :

$x_i$	1	2	3	4
$n_i$	10	9	8	$n_4$

Тогда значение  $n_4$  равно ...

23

Введите Ваш вариант ответа.

Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма  $n=110$ :

$x_i$	4	6	8	10	12	14
$n_i$	10	15	20	25	30	$n_6$

Тогда значение  $n_6$  равно ...

10

Введите Ваш вариант ответа.

Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма  $n=20$ :

$x_i$	2	4	5	6	9
$n_i$	7	2	$n_3$	5	5

Тогда значение  $n_3$  равно ...

1

Введите Ваш вариант ответа.

Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма  $n=81$ :

$x_i$	1	4	5	6	9
$n_i$	5	14	$n_3$	22	6

Тогда значение  $n_3$  равно...

34

Введите Ваш вариант ответа.

Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма  $n=30$ :

$x_i$	2	4	5	6	9
$n_i$	7	2	$n_3$	5	3

Тогда значение  $n_3$  равно ...

13

3 задание: Статистическое распределение выборки (относительная частота варианты)

Введите Ваш вариант ответа.

Статистическое распределение выборки имеет вид

$x_i$	1	2	3	4
$n_i$	10	9	8	23

Тогда относительная частота варианты  $x_1 = 2$  равна ...

0.08

Введите Ваш вариант ответа.

Статистическое распределение выборки имеет вид

$x_i$	4	6	8	10	12	14
$n_i$	10	15	20	25	30	50

Тогда относительная частота варианты  $x_5 = 30$  равна ...

0,2

Введите Ваш вариант ответа.

Статистическое распределение выборки имеет вид

$x_i$	2	4	5	6	9
$n_i$	7	2	1	5	5

Тогда относительная частота варианты  $x_5 = 9$  равна ...

0,25

Введите Ваш вариант ответа.

Статистическое распределение выборки имеет вид

$x_i$	1	4	5	6	9
$n_i$	5	14	3	22	6

Тогда относительная частота варианты  $x_5 = 9$  равна...

0,12

Введите Ваш вариант ответа.

Статистическое распределение выборки имеет вид

$x_i$	1	4	5	6	9
$n_i$	5	14	3	22	6

Тогда относительная частота варианты  $x_4 = 6$  равна ...

0,44

4 задание: Статистическое распределение выборки. Вариационный ряд и его числовые характеристики (мода, размах варьирования)

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Мода вариационного ряда 2 , 5 , 5 , 6 , 7 , 9 , 10 равна ...**

2

10

6

+5

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Мода вариационного ряда 5 , 8 , 8 , 9 , 10 , 11 , 13 равна ...**

5

+8

13

9

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Мода вариационного ряда 1 , 2 , 5 , 6 , 7 , 7 , 10 равна ...**

1

10

6

+7

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Мода вариационного ряда 2 , 3 , 4 , 8 , 9 , 9 , 10 равна ...**

8

+9

2

10

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Размах варьирования вариационного ряда 3, 5, 5, 7, 9, 10, 16 равен ...**

+13

16

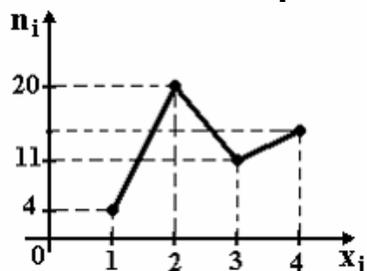
7

6,5

5 задание: Графическое представление вариационного ряда (полигон частот)

Выберите один правильный вариант ответа.

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=50$ , полигон частот которой имеет вид

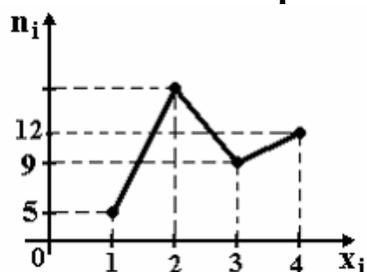


Тогда число вариант  $x_i=4$  в выборке равно ...

- +15
- 50
- 14
- 16

Выберите один правильный вариант ответа.

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=60$ , полигон частот которой имеет вид

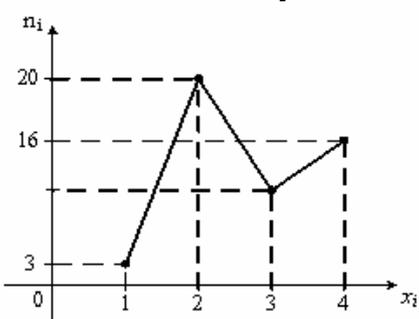


Тогда число вариант  $x_i=2$  в выборке равно ...

- +34
- 35
- 60
- 33

Выберите один правильный вариант ответа.

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=48$ , полигон частот которой имеет вид

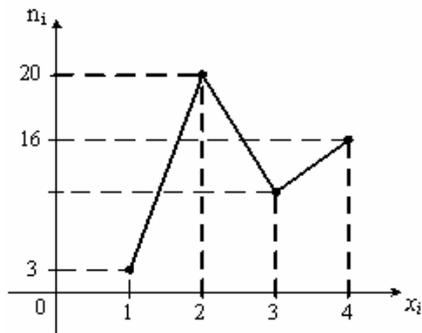


Тогда число вариант  $x_i=3$  в выборке равно ...

- 48
- 8
- +9
- 10

*Выберите один правильный вариант ответа.*

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=50$ , полигон частот которой имеет вид

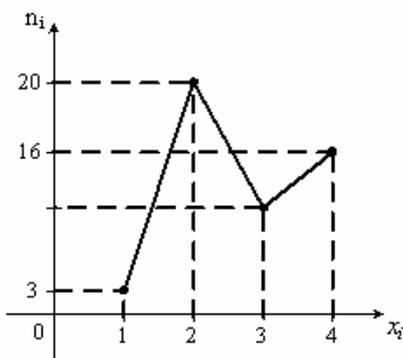


Тогда число вариант  $x_i=3$  в выборке равно ...

- 10
- +11
- 50
- 12

*Выберите один правильный вариант ответа.*

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=52$ , полигон частот которой имеет вид



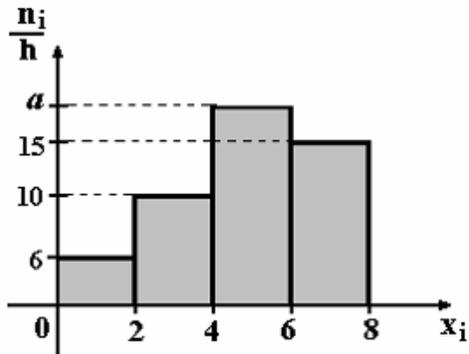
Тогда число вариант  $x_i=3$  в выборке равно ...

- 52
- 14
- +12
- 13

6 задание: Графическое представление вариационного ряда (гистограмма частот)

*Выберите один правильный вариант ответа.*

По выборке объема  $n=100$  построена гистограмма частот:

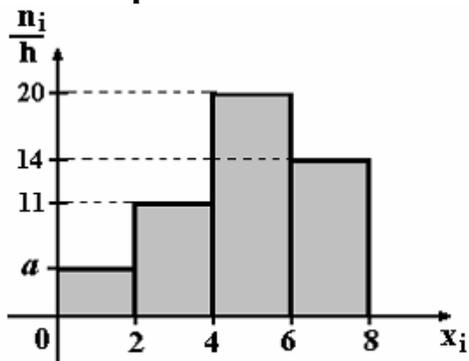


Тогда значение  $a$  равно ...

- 69
- 18
- 20
- +19

*Выберите один правильный вариант ответа.*

По выборке объема  $n=100$  построена гистограмма частот:

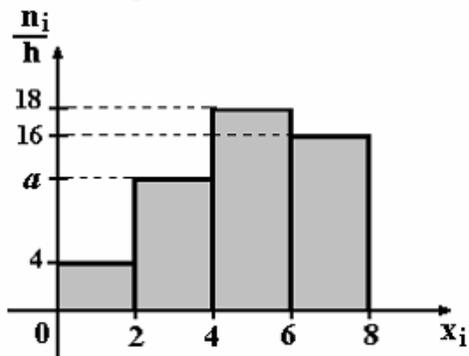


Тогда значение  $a$  равно ...

- 55
- 6
- 5
- +4

*Выберите один правильный вариант ответа.*

По выборке объема  $n=100$  построена гистограмма частот:



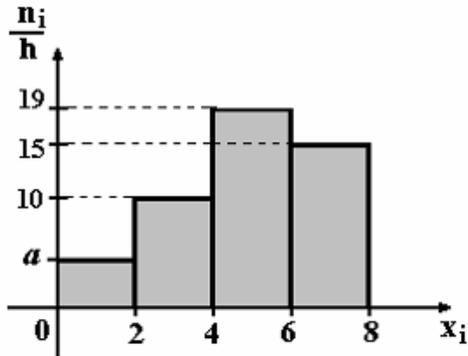
Тогда значение  $a$  равно ...

- 11

- +12
- 13
- 62

Выберите один правильный вариант ответа.

По выборке объема  $n=100$  построена гистограмма частот:

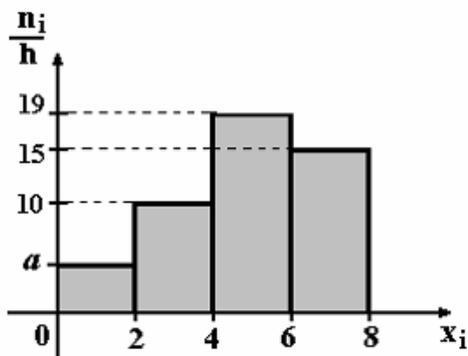


Тогда значение  $a$  равно ...

- +5
- 6
- 56
- 7

Выберите один правильный вариант ответа.

По выборке объема  $n=96$  построена гистограмма частот:



Тогда значение  $a$  равно ...

- 3
- 6
- +4
- 4,5

7 задание: Точечные оценки параметров распределения

Выберите один правильный вариант ответа.

Проведено 5 измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 5, 6, 9, 10, 11. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна ...

- 8,4

+8,2  
9  
10,25

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Проведено 5 измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 10, 11, 12, 14, 15. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна ...**

15,5  
12,2  
+12,4  
12

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Для выборки объема  $n = 9$  вычислена выборочная дисперсия  $D_B = 72$ . Тогда исправленная дисперсия  $S^2$  для этой выборки равна ...**

88  
+81  
80  
64

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 11, 13, 15. Тогда несмещенная оценка дисперсии измерений равна ...**

8  
0  
3  
+4

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 14, 17, 17. Тогда несмещенная оценка дисперсии измерений равна ...**

0  
2  
+3  
6

8 задание: Точечные и интервальные оценки параметров распределения

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 11. Тогда его интервальная оценка может иметь вид ...**

- (11; 12,1)
- (9,8; 10,8)
- + (10,1; 11,9)
- (9,8; 11)

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 13. Тогда его интервальная оценка может иметь вид ...**

- +(11,8; 14,2)
- (13; 14,6)
- (11,8; 12,8)
- (11,6; 13)

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 14. Тогда его интервальная оценка может иметь вид ...**

- + (12,6; 15,4)
- (14; 15,1)
- (12,1; 14)
- (12,7; 13,7)

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 14. Тогда его интервальная оценка может иметь вид ...**

- (14; 15,5)
- (12,5; 14)
- (12,5; 13,4)
- + (12,5; 15,5)

*Выберите один правильный вариант ответа.*

**Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 16. Тогда его интервальная оценка может иметь вид ...**

- (16; 17,1)
- (14,9; 15,2)
- +(14,9; 17,1)
- (14,9; 16)

Таблица 10 – Критерии оценки сформированности компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.	Знает основные понятия и методы математической статистики, но допускает неточности в доказательствах теоретических утверждений и выводах формул, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 65-75% обязательных заданий проверочных работ	Знает основные понятия и методы математической статистики, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 76-85% обязательных заданий проверочных работ	Знает основные понятия и методы математической статистики, умеет доказывать теоретические утверждения и выводить формулы, умеет решать основные типы задач и нестандартные задачи, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи; выполняет не менее 86-100% обязательных заданий проверочных работ
ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Обладает навыками поиска информации для решения основных типов задач математической статистики под руководством преподавателя	Обладает навыками самостоятельного поиска информации для решения прикладных задач математической статистики, но испытывает затруднения в ее критическом анализе	Обладает навыками самостоятельного поиска и критического анализа информации для решения прикладных задач математической статистики
ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их	Имеет представление о различных способах решения задач математической	Умеет решать задачи математической статистики различными	Умеет решать задачи математической статистики различными

достоинства и недостатки	статистики, но умеет решать основные типы задач одним из них	способами, допуская незначительные ошибки, но испытывает затруднения при оценке их достоинств и недостатков	способами, в том числе и нестандартными, проявляя творчество и элементы исследовательской работы, оценивает достоинства и недостатки возможных вариантов решения
ИД-5 <sub>ук-1</sub> Определяет и оценивает последствия возможных решений задачи	Имеет представление о последствиях возможных решений задач математической статистики	Умеет определять последствия возможных решений задач математической статистики, но испытывает затруднение в оценке и содержательной интерпретации полученных результатов	Умеет определять и оценивать последствия возможных решений задач математической статистики, осуществлять содержательную интерпретацию полученных результатов

## 2 ОЦЕНИВАНИЕ ПИСЬМЕННЫХ РАБОТ СТУДЕНТОВ, РЕГЛАМЕНТИРУЕМЫХ УЧЕБНЫМ ПЛАНОМ

### 1. Расчетно-графическая работа №1 «Элементы линейной и векторной алгебры»

Типовая расчетно-графическая работа, выполняется по вариантам в соответствии с учебно-методическим пособием: Математика : учебно-методическое пособие по организации контактной и самостоятельной работы / сост. Л.Б. Рыбина. – Караваево : Костромская ГСХА, 2021. – 148 с.

Таблица 11 – Формируемые компетенции (или их части)

Код и наименование компетенции (указанные в РПД)	Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Оценочные материалы и средства
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи. ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	РГР №1 Защита РГР №1 (линейная алгебра) (письменный опрос) Защита РГР №1 (векторная алгебра) (письменный опрос)

Таблица 12 – Критерии оценки расчетно-графической работы

Оцениваемый компонент знаний и умений при защите РГР	Максимальный балл для каждого оцениваемого компонент
Компонент 1 (ИД-1 <sub>УК-1</sub> ). Знание математических понятий и формул линейной алгебры, на основе которых решены задачи (путем их анализа, выделения базовых составляющих и осуществления декомпозиции задач)	5
Компонент 2 (ИД-1 <sub>УК-1</sub> ). Знание математических понятий и формул векторной алгебры, на основе которых решены задачи (путем их анализа, выделения базовых составляющих и осуществления декомпозиции задач)	5
Компонент 3 (ИД-3 <sub>УК-1</sub> ). Знание методов решения базовых задач линейной алгебры и умение их применять к решению задач	9
Компонент 4 (ИД-3 <sub>УК-1</sub> ). Знание методов решения базовых задач векторной алгебры и умение их применять к решению задач	9
Компонент 5 (ИД-1 <sub>УК-1</sub> , ИД-2 <sub>УК-1</sub> , ИД-3 <sub>УК-1</sub> ). Знание математических понятий, формул, методов решения задач линейной и векторной алгебры и умение их применять для решения задач прикладного содержания и задач	2

повышенного уровня сложности, для решения которых необходим поиск и критический анализ дополнительной информации	
Максимальный балл за выполнение и защиту РГР	30

Таблица 13 – Критерии оценки сформированности компетенций по расчетно-графической работе

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
<p>ИД-1<sub>ук-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.</p> <p>ИД-2<sub>ук-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p> <p>ИД-3<sub>ук-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p>Оцениваемые компоненты №1, №2, №3, №4 сформированы, но существуют замечания к умению доказывать теоретические утверждения, выводить формулы. Умения использовать знание основных математических понятий и методов демонстрируются на базовом уровне. Имеются замечания к полноте и обоснованности решений. Задачи прикладного характера и повышенного уровня сложности вызывают затруднения, они могут отсутствовать в работе.</p>	<p>Оцениваемые компоненты №1, №2, №3, №4, №5 сформированы, практически нет замечаний к умению доказывать теоретические утверждения, выводить формулы. Умения использовать знание основных математических понятий и методов демонстрируются на базовом уровне. Отсутствуют замечания к полноте и обоснованности их решений. Демонстрируется умение решать задачи прикладного характера и повышенного уровня сложности, но при их решении могут быть допущены незначительные ошибки.</p>	<p>Оцениваемые компоненты №1, №2, №3, №4, №5 сформированы, нет замечаний к умению доказывать теоретические утверждения, выводить формулы. Умения использовать знание основных математических понятий и методов демонстрируются как на базовом, так и на повышенном уровнях сложности. Отсутствуют замечания к полноте и обоснованности решений. Демонстрируется умение решать задачи прикладного характера и владение навыками содержательной интерпретации полученных результатов.</p>

## 2. Расчетно-графическая работа №2 «Исследование функций одной переменной и построение графиков»

Типовая расчетно-графическая работа, выполняется по вариантам в соответствии с учебно-методическим пособием: Математика : учебно-методическое пособие по организации контактной и самостоятельной работы / сост. Л.Б. Рыбина. – Караваево : Костромская ГСХА, 2021. – 148 с.

Таблица 14 – Формируемые компетенции (или их части)

Код и наименование компетенции (указанные в РПД)	Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Оценочные материалы и средства
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи. ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	РГР №2 Защита РГР №2 (письменный опрос)

Таблица 15 – Критерии оценки расчетно-графической работы

Оцениваемый компонент знаний и умений при защите РГР	Максимальный балл для каждого оцениваемого компонент
Компонент 1 (ИД-1 <sub>УК-1</sub> ). Знание математических понятий и формул дифференциального исчисления функций одной переменной, на основе которых решены задачи путем их анализа, выделения базовых составляющих и осуществления декомпозиции задач	5
Компонент 2 (ИД-3 <sub>УК-1</sub> ). Знание методов решения базовых задач на исследование функций одной переменной с помощью производной и построение графиков и умение их применять к решению задач	17
Компонент 3 (ИД-1 <sub>УК-1</sub> , ИД-2 <sub>УК-1</sub> , ИД-3 <sub>УК-1</sub> ). Знание математических понятий, формул, методов решения задач на исследование функций одной переменной с помощью производной и построение графиков, умение их применять для решения задач прикладного содержания и задач повышенного уровня сложности, для решения которых необходим поиск и критический анализ дополнительной информации	3
Максимальный балл за выполнение и защиту РГР	25

Таблица 16 – Критерии оценки сформированности компетенций по расчетно-графической работе

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла

<p>ИД-1<sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.</p> <p>ИД-2<sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p> <p>ИД-3<sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p>Оцениваемые компоненты №1, №2 сформированы, но существуют замечания к умению доказывать теоретические утверждения, выводить формулы. Умения использовать знание основных математических понятий и методов демонстрируются на базовом уровне. Имеются замечания к полноте и обоснованности решений. Задачи прикладного характера и повышенного уровня сложности вызывают затруднения, они могут отсутствовать в работе.</p>	<p>Оцениваемые компоненты №1, №2, №3 сформированы, практически нет замечаний к умению доказывать теоретические утверждения, выводить формулы. Умения использовать знание основных математических понятий и методов демонстрируются на базовом уровне. Отсутствуют замечания к полноте и обоснованности их решений. Демонстрируется умение решать задачи прикладного характера и повышенного уровня сложности, но при их решении могут быть допущены незначительные ошибки.</p>	<p>Оцениваемые компоненты №1, №2, №3 сформированы, нет замечаний к умению доказывать теоретические утверждения, выводить формулы. Умения использовать знание основных математических понятий и методов демонстрируются как на базовом, так и на повышенном уровнях сложности. Отсутствуют замечания к полноте и обоснованности решений. Демонстрируется умение решать задачи прикладного характера и владение навыками содержательной интерпретации полученных результатов.</p>
--	---	--	---

### 3. Расчетно-графическая работа №3 «Дифференциальные уравнения»

Типовая расчетно-графическая работа, выполняется по вариантам в соответствии с учебно-методическим пособием: Математика : учебно-методическое пособие по организации контактной и самостоятельной работы / сост. Л.Б. Рыбина. – Караваево : Костромская ГСХА, 2021. – 148 с.

Таблица 17 – Формируемые компетенции (или их части)

Код и наименование компетенции (указанные в РПД)	Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Оценочные материалы и средства
<p>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>ИД-1<sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.</p> <p>ИД-2<sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p> <p>ИД-3<sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p>РГР №3 Защита РГР №2 (письменный опрос)</p>

Таблица 18 – Критерии оценки расчетно-графической работы

Оцениваемый компонент знаний и умений при защите РГР	Максимальный балл для каждого оцениваемого компонента
Компонент 1 (ИД-1 <sub>УК-1</sub> ) Знание понятий о дифференциальных уравнениях 1-го порядка и способах их решения (путем их анализа, выделения базовых составляющих и осуществления декомпозиции задач)	5
Компонент 2 (ИД-1 <sub>УК-1</sub> ) Знание понятий о дифференциальных уравнениях 2-го порядка и способах их решения (путем их анализа, выделения базовых составляющих и осуществления декомпозиции задач)	5
Компонент 3 (ИД-3 <sub>УК-1</sub> ). Умение решать дифференциальные уравнения 1-го порядка	9
Компонент 4 (ИД-3 <sub>УК-1</sub> ). Умение решать дифференциальные уравнения 2-го порядка	9
Компонент 5 (ИД-1 <sub>УК-1</sub> , ИД-2 <sub>УК-1</sub> , ИД-3 <sub>УК-1</sub> ). Знание понятий о дифференциальных уравнениях 1-го и 2-го порядков, способах их решения, умение составлять дифференциальные уравнения для описания реальных процессов, решать их и производить содержательную оценку результата, для чего необходим поиск и критический анализ дополнительной информации	2
Максимальный балл за выполнение и защиту РГР	30

Таблица 19 – Критерии оценки сформированности компетенций по расчетно-графической работе

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)		
	на базовом уровне	на повышенном уровне	
	соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла	соответствует оценке «хорошо» 65-85% от максимального балла	соответствует оценке «отлично» 86-100% от максимального балла
ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи. ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной	Оцениваемые компоненты №1, №2, №3, №4 сформированы, но существуют замечания к умению доказывать теоретические утверждения, выводить формулы. Умения использовать знание основных математических понятий и методов демонстрируются на	Оцениваемые компоненты №1, №2, №3, №4, №5 сформированы, практически нет замечаний к умению доказывать теоретические утверждения, выводить формулы. Умения использовать знание основных математических понятий и методов демонстрируются на	Оцениваемые компоненты №1, №2, №3, №4, №5 сформированы, нет замечаний к умению доказывать теоретические утверждения, выводить формулы. Умения использовать знание основных математических понятий и методов демонстрируются как на базовом, так

задачи. ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	базовом уровне. Имеются замечания к полноте и обоснованности решений. Задачи прикладного характера и повышенного уровня сложности вызывают затруднения, они могут отсутствовать в работе.	базовом уровне. Отсутствуют замечания к полноте и обоснованности их решений. Демонстрируется умение решать задачи прикладного характера и повышенного уровня сложности, но при их решении могут быть допущены незначительные ошибки.	и на повышенном уровнях сложности. Отсутствуют замечания к полноте и обоснованности решений. Демонстрируется умение решать задачи прикладного характера и владение навыками содержательной интерпретации полученных результатов.
--	--	---	--

### 3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Форма промежуточной аттестации по дисциплине *экзамен*.

#### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕРКИ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

##### Код и наименование компетенции

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

##### Задания закрытого типа

##### *Выберите один правильный вариант ответа:*

1. В результате 6 измерений длины стержня (без математических погрешностей) были получены следующие результаты (в мм): 90, 105, 108, 110, 126, 130. Тогда выборочная средняя длины стержня (в мм) равна ...

- 108
- +111,5
- 109
- 110

##### Задания открытого типа

##### *Дайте правильный вариант ответа*

2. Тело совершает прямолинейное движение по закону  $s = 3e^{-2t}$  (м). Тогда ускорение (в м/с<sup>2</sup>) движения тела в момент времени  $t = 0$  с равно .... (Единицы измерения писать не надо.)

*Правильный ответ: 12.*

3. Тело перемещается по прямой со скоростью  $v(t) = 10t + 2$  (м/с). Тогда путь (в м), пройденный телом за промежуток времени от  $t_1 = 0$  с до  $t_2 = 4$  с, равен ...

(Единицы измерения писать не надо.)

*Правильный ответ:* 88.

Окончательные результаты обучения (формирования компетенций) определяются посредством перевода баллов, набранных студентом в процессе освоения дисциплины, в оценки:

– базовый уровень сформированности компетенции считается достигнутым если результат обучения соответствует оценке «удовлетворительно» (50 до 64 рейтинговых баллов);

– повышенный уровень сформированности компетенции считается достигнутым, если результат обучения соответствует оценкам «хорошо» (65-85 рейтинговых баллов) и «отлично» (86-100 рейтинговых баллов).

#### **4 ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ПОВТОРНОЙ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

Форма промежуточной аттестации по дисциплине *экзамен*.

Повторная промежуточная аттестация по дисциплине проводится с использованием заданий для оценки сформированности компетенций на базовом уровне по всем разделам, входящим в структуру дисциплины за семестр, по итогам которого студент имеет академическую задолженность.

Таблица 20 – Критерии оценки сформированности компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции (части компетенции)	Критерии оценивания сформированности компетенции (части компетенции)
	на базовом уровне соответствует оценке «удовлетворительно» 50-64% от максимального балла
ИД-1 <sub>УК-1</sub> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.	демонстрирует умение решать основные типы задач базового уровня, выполняя анализ задачи, выделение ее базовых составляющих и осуществляя декомпозицию задачи, но имеет замечания к полноте и обоснованности решений
ИД-2 <sub>УК-1</sub> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	демонстрирует знания основных понятий и методов математики, необходимых для решения задач базового уровня, но допускает неточности в доказательствах теоретических утверждений и выводах формул
ИД-3 <sub>УК-1</sub> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	демонстрирует наличие представления о различных способах решения основных типов задач соответствующего раздела (где

	это возможно), однако демонстрирует умение применять для решения только один из них, испытывая затруднения в оценке его достоинств и недостатков.
ИД-5 <sub>ук-1</sub> Определяет и оценивает последствия возможных решений задачи	демонстрирует умение доводить до ответа решение основных типов базовых задач, применяя для этого один из возможных способов решения, но испытывает затруднения в оценке последствий применения других способов.